

# 数 学

1

(1) 放物線

$$y = 2x^2 - 8x \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

の頂点の座標は  $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イウ}})$  である。放物線①を原点について対称移動して得られる放物線の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}} x^2 - \boxed{\text{カ}} x \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

であり、放物線②の頂点の座標は  $(\boxed{\text{キク}}, \boxed{\text{ケ}})$  である。

(2) 次の表は2つの変数  $x, y$  のデータである。変数  $x$  の平均値は  $\boxed{\text{コ}}$ ,

分散は  $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  である。また、変数  $y$  の平均値は  $\boxed{\text{ス}}$ , 分散は  $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$

である。さらに、 $x$  と  $y$  の共分散は  $\frac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$  である。

|     |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|
| $x$ | 5 | 4 | 1 | 6 |
| $y$ | 2 | 8 | 5 | 1 |

(3) 8085 と 17325 の最大公約数は  $\boxed{\text{ナニヌネ}}$  である。

(4)  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\tan(\theta + 45^\circ) + \tan(\theta - 45^\circ) = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$  である。

(5) 実数  $t$  に対して、 $\vec{a} = \left(1, -2, \frac{1}{2}\right)$ ,  $\vec{b} = (2, t, 1)$  とする。 $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  が

垂直であるような  $t$  の値は  $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ , 平行となるような  $t$  の値は  $\boxed{\text{ヘホ}}$  である。

太郎さんと花子さんがじゃんけんをする。以下の問いに答えよ。

- (1) 太郎さんがグーを出す確率は  $\frac{1}{3}$ , チョキを出す確率は  $\frac{1}{6}$ , パーを出す確率は  $\frac{1}{2}$  であるとし, 花子さんがグーを出す確率は  $\frac{1}{6}$ , チョキを出す確率は  $\frac{1}{3}$ , パーを出す確率は  $\frac{1}{2}$  であるとする。

このとき, 「あいこ」となる確率は  $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$  である。

太郎さんが勝つ確率は  $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$  である。

花子さんが勝つ確率は  $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$  である。

- (2) 太郎さんがグーを出す確率は  $a$ , チョキを出す確率は  $b$ , パーを出す確率は  $c$  であるとし, 花子さんがグーを出す確率は  $p$ , チョキを出す確率は  $q$ , パーを出す確率は  $r$  であるとする。このとき,  $a+b+c=\boxed{\text{シ}}$ ,  $p+q+r=\boxed{\text{ス}}$  である。

さらに, 太郎さんはグーとチョキを同じ確率で出すとし, 花子さんもグーとチョキを同じ確率で出すとすると,

$$a = \frac{\boxed{\text{セ}} - c}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{タ}} - c}{\boxed{\text{チ}}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{ツ}} - r}{\boxed{\text{テ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{ト}} - r}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

このとき, 「あいこ」となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ニ}} - c - r + \boxed{\text{ヌ}} cr}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。

太郎さんが勝つ確率は  $\frac{\boxed{\text{ノ}} + c + r - \boxed{\text{ハ}} cr}{\boxed{\text{ヒ}}}$  である。

花子さんが勝つ確率は  $\frac{\boxed{\text{フ}} + c + r - \boxed{\text{ヘ}} cr}{\boxed{\text{ホ}}}$  である。

以下の2つの条件をともに満たす点  $(x, y)$  全体の集合を  $D$  とする。

- 原点  $O$  を中心とする半径 2 の円の内部または円周上にある。
- 点  $(-2, 0)$ ,  $(0, 1)$  を通る直線上またはその上側にある。

以下の問いに答えよ。

(1) 領域  $D$  を連立不等式で表すと

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{ア} & \text{イ} \\ \hline \end{array} \\ x - \begin{array}{|c|} \hline \text{ウ} \\ \hline \end{array} y \begin{array}{|c|c|} \hline \text{エ} & \text{オカ} \\ \hline \end{array} \end{cases}$$

となる。ただし、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ア} \\ \hline \end{array}$  および  $\begin{array}{|c|} \hline \text{エ} \\ \hline \end{array}$  に当てはまるものは、次の①～④のうちから一つ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$$\textcircled{0} < \quad \textcircled{1} > \quad \textcircled{2} \leq \quad \textcircled{3} \geq \quad \textcircled{4} =$$

(2) 円  $x^2 + y^2 = \begin{array}{|c|} \hline \text{イ} \\ \hline \end{array}$  と直線  $x - \begin{array}{|c|} \hline \text{ウ} \\ \hline \end{array} y = \begin{array}{|c|} \hline \text{オカ} \\ \hline \end{array}$  の交点は2つあり、

それらの座標は、 $(-2, 0)$  と  $\left( \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \end{array}}, \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ケ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{コ} \\ \hline \end{array}} \right)$  である。

(3) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $-2x + y$  の最大値と最小値を求める。 $k = -2x + y$  とおくと、 $y = 2x + k$  であり、 $k$  が最大となるのは、

$$(x, y) = \left( \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{サシ} & \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{ス} \\ \hline \end{array}} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \text{セ} \\ \hline \end{array} \end{array}, \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ソ} & \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{タ} \\ \hline \end{array}} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \text{チ} \\ \hline \end{array} \end{array} \right) \text{ のときであり、} k \text{ の最大}$$

値は  $\begin{array}{|c|} \hline \text{ツ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{テ} \\ \hline \end{array}}$  である。

また、 $k$  が最小となるのは、 $(x, y) = \left( \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ト} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ナ} \\ \hline \end{array}}, \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ニ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヌ} \\ \hline \end{array}} \right)$  のときであり、

$k$  の最小値は  $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ネノ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ハ} \\ \hline \end{array}}$  である。

(4) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $\sqrt{x^2 + y^2}$  の最小値は、 $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヒ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{フ} \\ \hline \end{array}}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヘ} \\ \hline \end{array}}$

である。

4

$a > 0$  として,  $x$  の関数  $f(x)$  を

$$f(x) = ax^3 - 9ax^2 + 24ax + 17$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1)  $f(x)$  の導関数は,

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} a \left( x - \boxed{\text{イ}} \right) \left( x - \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。ただし,  $\boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{ウ}}$  とする。また,  $f(x)$  は,  $x = \boxed{\text{エ}}$  で極小値をとり,  $x = \boxed{\text{オ}}$  で極大値をとる。

(2)  $f(x)$  の極小値が 25 であるとき,  $a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  であり, このときの  $f(x)$

の極大値は  $\boxed{\text{クケ}}$  である。

(3)  $a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  のとき,  $x$  の関数  $g(x)$  が,

$$\int_b^x g(t) dt = f(x)$$

を満たすとする。ただし,  $b$  は定数とする。このとき,  $b = \boxed{\text{コサ}}$  であり,

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} x^2 - \boxed{\text{セ}} x + \boxed{\text{ソタ}}$$

である。また, 曲線  $y = g(x)$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積は  $\boxed{\text{チ}}$  である。