数　学

$\boxed{\mathbf{1}}$

(1) $\log_3 2025 = \boxed{ア} + \boxed{イ} \log_3 \boxed{ウ}$ である。

(2) $2x^3-2x-5$ を $x-2$ で割ったときの余りは $\boxed{エ}$ であり, $x-3$ で割ったときの余りは $\boxed{オカ}$ である。さらに, $2x^3-2x-5$ を $(x-2)(x-3)$ で割ったときの余りは $\boxed{キク}\,x - \boxed{ケコ}$ である。

(3) 初項が 2025 で公差が -25 である等差数列は初項から第 $\boxed{サシ}$ 項目まで正の値であるので, この等差数列の第 n 項までの和を S_n とすると, S_n の最大値は $\boxed{スセソタチ}$ である。

(4) x を実数とする。x^2 が有理数であることは x が有理数であるための $\boxed{ツ}$。 また, x^2 が無理数であることは x が無理数であるための $\boxed{テ}$。

$\boxed{ツ}$ および $\boxed{テ}$ に当てはまるものを, 次の⓪〜③のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが, 十分条件でない

② 十分条件であるが, 必要条件でない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(5) 方程式 $|x-1| + \sqrt{(x+2)^2} = x+3$ の解は, $x = \boxed{ト}, \boxed{ナ}$ である。 ただし, $\boxed{ト} < \boxed{ナ}$ とする。

$\boxed{2}$

座標平面において $y=x^2$ のグラフを C とする。点 P $(1,1)$ を通り，点 P における C の接線と直交する直線を ℓ_1 とする。ℓ_1 と C との交点のうち，点 P と異なる点を Q (a,a^2) とする。点 Q を通り，点 Q における C の接線と直交する直線を ℓ_2 とする。ℓ_2 と C の交点のうち，点 Q と異なる点を R (b,b^2) とする。さらに，点 $\left(k,k^2\right)$ $(a<k<1)$ を S とする。以下の問いに答えよ。

(1) $a=-\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $b=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $\triangle$PQR の面積は $\dfrac{\boxed{\text{カキク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(3) $\triangle$PQR と $\triangle$QRS の面積が等しいとき，$k=-\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) k が $a<k<1$ の範囲を動くとき，$\triangle$PQS の面積は $k=-\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ で最大となり，その値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

$\boxed{3}$

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ とし,

$$g(x) = 6\int_{-1}^{x} f(t)dt$$

とする。また, $y = g(x)$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

(1) $g(x) = \boxed{ア}x^3 - \boxed{イ}x^2 + \boxed{ウエ}x + \boxed{オカ}$ である。

(2) $g(x)$ は, $x = \boxed{キ}$ で極大値 $\boxed{クケ}$ をとり, $x = \boxed{コ}$ で極小値 $\boxed{サシ}$ をとる。

(3) 傾きが a である C の接線が 1 本だけあるのは $a = \dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソ}}$ のとき

である。この接線と C の接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}, \dfrac{\boxed{ツテ}}{\boxed{ト}}\right)$ であり, こ

の接線の方程式は $y = \dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌ}}x + \dfrac{\boxed{ネノハ}}{\boxed{ヒ}}$ である。

$\boxed{4}$

以下の問いに答えよ。

(1) α は鋭角とする。斜辺の長さが 4 で, 他の 2 辺の長さが $2\tan\alpha$, $\dfrac{1}{\cos\alpha}$ である直角三角形ができるとき,

$$\cos\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり,

$$\alpha = \boxed{\text{ウエ}}^\circ$$

である。

(2) α, β は正の角であり, $\alpha + \beta = 180^\circ$ を満たしている。このとき,

$$\sqrt{2},\ \sin\alpha,\ \sin\beta$$

を 3 辺の長さとする三角形ができる必要十分条件は,

$$\sin\alpha\ \boxed{\text{オ}}\ \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり,

$$\boxed{\text{クケ}}^\circ < \alpha < \boxed{\text{コサシ}}^\circ$$

である。ただし, $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものは, 次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $<$　　　① $>$　　　② $=$

(3) $\triangle$ABC において, $\angle$A, $\angle$B, $\angle$C の大きさをそれぞれ A, B, C, 辺 BC, 辺 CA, 辺 AB の長さをそれぞれ a, b, c とし,

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{b+2c}{13}$$

が成り立つとき,

$$\frac{\sin A}{\boxed{\text{ス}}} = \frac{\sin B}{\boxed{\text{セ}}} = \frac{\sin C}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。