数学

1

$$(1) \ x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}}, \ y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{6}} \ \mathcal{O} \ \mathcal{E} \ \mathcal{E}, \ x + y = \boxed{\mathbf{\mathcal{T}}} \mathbf{\mathcal{T}} \sqrt{\boxed{\mathbf{\mathcal{D}}}},$$

$$xy = \boxed{\mathbf{\mathcal{T}} \mathbf{\mathcal{T}}} \ \mathcal{C} \ \mathcal{B} \ \mathcal{G}, \ x^2 + y^2 = \boxed{\mathbf{\mathcal{D}}} \mathbf{\mathcal{T}} \ \mathcal{D} \ \mathcal{E} \$$

- - (0) 必要十分条件である
 - (1) 必要条件であるが、十分条件でない
 - ② 十分条件であるが, 必要条件でない
 - ③ 必要条件でも十分条件でもない

直線 6x + 8y = 5 を原点について対称移動して得られる直線の方程式

ただし、2つの平行な直線の距離とは、一方の直線上の点ともう一方の 直線の距離とする。

- (4) $y = (\log_{0.5} x + 1)^2 \log_{0.5} x^4 + 3$ を考える。y の最小値は $\boxed{\textbf{F}}$ であり、そのときのx の値は $\boxed{\textbf{F}}$ である。
- (5) A 賞の当たりくじが 23 本, B 賞の当たりくじが 88 本入った 2024 本 のくじがある。くじを 2 本同時に引くとき, A 賞と B 賞が当たる確率は

 $0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$ に対して、座標平面上の直線

を考える。以下の問いに答えよ。

(1) 直線①をx 軸方向に3だけ, y 軸方向に2だけ平行移動した直線は,

$$\left(x - \boxed{\mathbf{7}}\right) \cos \theta + \left(y - \boxed{\mathbf{1}}\right) \sin \theta = 0 \quad \dots \quad 2$$

で表される。

$$(2)$$
 (1) の直線②は、 x 軸と点 $P\left(\frac{\dot{\mathcal{D}}\cos\theta + \mathbf{I}\sin\theta}{\cos\theta}, \mathbf{J}\right)$ で交わり、 y 軸と点 $Q\left(\mathbf{D}, \frac{\mathbf{I}\cos\theta + \mathbf{D}\sin\theta}{\sin\theta}\right)$ で交わる。

(3) (2) の 2 点 P, Q と原点 O を頂点とする \triangle OPQ の面積 S は, $\tan \theta$ を用いて、

$$S = \frac{7}{\tan \theta} + \boxed{9} + \boxed{9} \tan \theta$$

と表される。

(4) (3) の面積
$$S$$
 は $\tan \theta =$ のとき, 最小値 $\boxed{$ をとる。

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, 数理 **3** と 数理 **4** を解答してもよい。

 $f(x)=x^2,\ g(x)=x^2-2x+3$ とし, y=f(x) のグラフ C_1 と y=g(x) のグラフ C_2 について考える。 C_1 上の点 (a,a^2) における C_1 の接線を ℓ_1 , ℓ_2 上の点 (b,b^2-2b+3) における ℓ_2 の接線を ℓ_2 とする。以下の問いに答えよ。

$$(1)$$
 C_1 と C_2 の交点の座標は $\left(\begin{array}{c|c} \hline {m r} \\ \hline {m I} \end{array}, \begin{array}{c|c} \hline {m j} \\ \hline {m I} \end{array} \right)$ である。

(2) 直線 ℓ1 の方程式は

$$y-a^2 =$$
 $a(x-a)$

であり, 直線 ℓ_2 の方程式は

である。 ℓ_1 と ℓ_2 が一致するとき,a= **ク** ,b= **ケ** であり, ℓ_1 , ℓ_2 の方程式は

$$y = \boxed{ \ \ } x - \boxed{ \ \ }$$

である。

(3) $a = \boxed{\bigcirc}$, $b = \boxed{\bigcirc}$ とすると、直線 ℓ_1 は、 C_1 と点 (x_1, y_1) で接し、 C_2 と点 (x_2, y_2) で接する。このとき、

$$x_1 = \boxed{\flat}, y_1 = \boxed{\gimel}, x_2 = \boxed{\blacktriangledown}, y_2 = \boxed{\blacktriangledown}$$

である。したがって, 直線 ℓ_1 と C_1 , C_2 によって囲まれる図形の面積 S は

$$S = \int \frac{\boxed{\cancel{2}}}{\boxed{\cancel{F}}} \left| f(x) - \left(\boxed{\cancel{y}} x - \boxed{\cancel{F}} \right) \right| dx$$

$$+ \int \frac{\boxed{\cancel{2}}}{\boxed{\cancel{F}}} \left| g(x) - \left(\boxed{\cancel{y}} x - \boxed{\cancel{F}} \right) \right| dx$$

$$= \frac{1}{\boxed{\boxed{\cancel{F}}}}$$

である。

 4
 数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、 3 と 4 の代わりに、 数理 3 と 数理 4 を解答してもよい。

- ⑥ 正方形
- ① 正三角形
- ② 鈍角三角形
- ③ 直角二等辺三角形 ④ 長方形
- (1) $\triangle OAB$ について、 $OA = \mathbb{7}$ 、 $OB = \mathbb{1}$ 、 $AB = \mathbb{1}$ である。

 $\triangle OAB$ は $\boxed{m{ h}}$ であり、その面積は $\boxed{m{ t}}$ である。

AC = サ $\sqrt{$ シ であり、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ス、 $\angle BAC =$ セソ である。

 $\triangle ABB'$ は であり、その面積は である。

(4) 点 A, B, A', B' は同一平面上にあり, \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OB} と \overrightarrow{OC} の内積を考えると, OC は OA, OB と直交しているから, この平面と直交している。点 C からこの平面に下した垂線の長さは, \nearrow である。四角錐 C-ABA'B' の体積は, \nearrow である。点 C, A, B, A', B', C' を頂点とし, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle AB'C$, $\triangle AB'C'$, $\triangle AB'C'$, $\triangle A'BC'$, $\triangle A'BC'$, $\triangle A'BC'$, $\triangle A'B'C'$, $\triangle A'BC'$, $\triangle A'BC'$, $\triangle A'B'C'$, \triangle

数理3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに, $\boxed{4}$ 数理 $\boxed{3}$ と 数理 $\boxed{4}$ を解答してもよい。

i を虚数単位とする。 $\alpha=1+i$ とし, β を α の共役複素数とする。以下の問いに答えよ。

(1)
$$\alpha+\beta=$$
 ア , $\alpha\beta=$ イ であるから, α , β を解にもつ 2 次方程式の 1 つは,

$$x^2 - \boxed{$$
ウ $}x + \boxed{$ エ $}=0$

である。

(2) α の極形式を用いることで,

$$\alpha^n = \left(\sqrt{\boxed{\textbf{A}}}\right)^n \left\{ \cos\left(\frac{n}{\boxed{\textbf{D}}}\pi\right) + i\sin\left(\frac{n}{\boxed{\textbf{F}}}\pi\right) \right\}$$

が得られる。ただし、n は正の整数とする。 α^n が正の整数となるような最小の正の整数 n は $\boxed{ 2 }$ であり、このとき、 $\alpha^n = \boxed{ \mathbf{ au} }$ となる。

(3) 複素数平面上で 0, α , β を表す点をそれぞれ O, A, B とする。点 A は, 点 B を点 O を中心として $\frac{\pi}{\boxed{\forall}}$ だけ回転した点である。さらに,

複素数平面上で複素数 γ を表す点を C とし, 点 C は, 点 B を点 A を中心として $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転した点とすると,

$$\gamma - \alpha = \left\{ \cos \left(\frac{\boxed{\flat}}{\boxed{\gimel}} \pi \right) + i \sin \left(\frac{\boxed{\flat}}{\boxed{\gimel}} \pi \right) \right\} (\beta - \alpha)$$

が成り立ち,

$$\gamma = \boxed{\mathbf{t}} + \sqrt{\mathbf{y}} + \boxed{\mathbf{g}}i$$

となる。ただし、 $0 \le \frac{\boxed{\flat}}{\boxed{\gimel}} \pi < 2\pi$ とする。複素数

$$\frac{\boxed{\cancel{\mathcal{F}}} + \sqrt{\boxed{\cancel{y}}}}{\boxed{\cancel{\mathcal{F}}}} + \frac{\boxed{\cancel{F}}}{\boxed{\cancel{\mathcal{F}}}}$$

は △ABC の重心を表す。

数理4

<u>数理工学科が志望学科 1 である受験者</u>のみ, $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに, $\boxed{3}$ と $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を解答してもよい。

a, c を実数, $a>0, c \neq 0$ とする。 $f(x)=x^3, g(x)=ax^2+c$ とし, y=f(x) のグラフと y=g(x) のグラフが共有点 P(p,q) をもち, 点 P(x) おいて共通の接線をもつとする。以下の問いに答えよ。

(1)
$$f(p)=q, g(p)=q$$
 であるから,
$$p^3=ap^2+c \qquad \cdots \qquad \text{①}$$
 となる。また、 $f'(x)=$ ア $x^2, g'(x)=$ イ ax であり、

2 つのグラフの点 P(p,q) における接線の傾きは等しいから,

$$\boxed{\mathcal{F}}p^2=\boxed{\mathcal{A}}ap,$$
 すなわち, $p=0$ または $p=\cfrac{\boxed{\mathcal{A}}}{\boxed{\mathcal{F}}}a$ となり,

①に代入して,
$$c \neq 0$$
 より, $c = \frac{$ ウエ a^3 となる。

このとき,
$$(p,q)=\left(\begin{array}{|c|c|c|}\hline {\it 1} \\\hline \hline {\it 7} \end{array}\right)$$
 である。

(2) y = f(x) のグラフと y = g(x) のグラフの点 P 以外の共有点 Q(r,s) を求めよう。r は方程式 f(x) - g(x) = 0 の p とは異なる解であり、

$$f(x) - g(x) = x^3 - ax^2 + \frac{\Box}{\exists z} a^3$$

$$= \left(x - \frac{\Box}{\exists z} a\right) \frac{\forall}{\exists z} \left(x + \frac{\neg z}{\exists z} a\right)$$

だから,
$$(r,s)=\left(\begin{array}{c|c} \boxed{\mathbf{yr}} & \boxed{\mathbf{f}} \\ \hline \boxed{\mathbf{F}} \end{array}\right)$$
である。

さらに, y = f(x) のグラフと y = g(x) のグラフで囲まれた図形の面積は,

$$\int_{r}^{p} \left(x^{3} - ax^{2} + \frac{\Box}{\boxed{\forall >}} a^{3} \right) dx = \frac{\boxed{\checkmark}}{\boxed{\land \vdash}} a^{\boxed{?}}$$

となる。