

1

解答記号	正答
ア	①
イ	①
ウ	①
エ	①
オ	⑤
カ	⑥
キ	⑤
ク	⑥
ケ	①
コ	①
サ	④
シ	①
ス	①
セ	⑧
ソ	②
タ	③
チ	①
ツ	②
テ	①
ト	①
ナ	②
ニ	①
ヌ	②
ネ	①
ノ	②
ハ	②
ヒ	①
フ	②
ヘ	③

2

解答記号	正答
ア	①
イ	①
ウ	③
エ	①
オ	②
カ	①
キ	⑤
ク	②
ケ	①
コ	⑤
サ	⑦
シ	⑥
ス	④
セ	②
ソ	⑥
タ	②
チ	⑤
ツ	①
テ	③
ト	①

3

解答記号	正答
ア	①
イ	①
ウ	②
エ	①
オ	②
カ	②
キ	②
ク	①
ケ	④
コ	③
サ	①
シ	③
ス	②
セ	①
ソ	④
タ	①
チ	①
ツ	③

4

解答記号	正答
ア	⑦
イ	②
ウ	①
エ	⑥
オ	⑦
カ	②
キ	⑦
ク	①
ケ	④
コ	⑥
サ	②
シ	⑤
ス	③
セ	②

記述3

別掲

記述4

別掲

記述 3 の解答例

(1) 三角関数の合成を行うと、

$$x = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

となる。 $0 \leq \theta < 2\pi$ より、 $\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi$ であり、

$$-1 \leq \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$$

である。以上から、

$$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

となる。

(2)

$$\begin{aligned} x^2 &= (\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \\ &= 2 \sin \theta \cos \theta + 1 \end{aligned}$$

より、

$$2 \sin \theta \cos \theta = x^2 - 1$$

である。したがって、

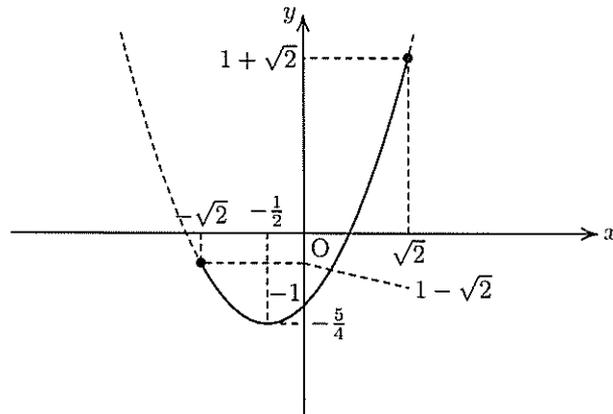
$$y = 2 \sin \theta \cos \theta + \sin \theta + \cos \theta = x^2 + x - 1$$

となる。

(3)

$$f(x) = x^2 + x - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

であるから、 $y = f(x)$ のグラフは点 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}\right)$ を頂点とする放物線の一部で下図のようになる。



(4) (3) のグラフより、

$$-\frac{5}{4} \leq y \leq 1 + \sqrt{2}$$

である。

記述 4 の解答例

(1) ア: 1 イ: p ウ: 2 エ: 1

ただし,
ア: 1 イ: それ自身
もしくは,
ア: p イ: 1
などとしてもよい。

(2) p が奇数の場合と偶数の場合で場合分けを行う。

(i) p が奇数の場合, すなわち, $p = 2n - 1$ (n : 正の整数) と表せる場合

$$p(p+1) = (2n-1)\{(2n-1)+1\} = 2n(2n-1)$$

より, $n(2n-1)$ は正の整数であるから, $p(p+1)$ は 2 で割り切れる。したがって, $p(p+1)$ は偶数である。

(ii) p が偶数の場合, すなわち, $p = 2n$ (n : 正の整数) と表せる場合

$$p(p+1) = 2n(2n+1)$$

より, $n(2n+1)$ は正の整数であるから, $p(p+1)$ は 2 で割り切れる。したがって, $p(p+1)$ は偶数である。

以上から, $p(p+1)$ は偶数である。■

(3) \sqrt{p} が有理数であると仮定して矛盾を導く。

\sqrt{p} が有理数であることから互いに素な正の整数 m, n を用いて $\sqrt{p} = \frac{m}{n}$ と表せる。このとき,

$$\begin{aligned} n\sqrt{p} &= m \\ n^2p &= m^2 \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

となる。①より, m^2 は p の倍数である。 p は素数であるから m も p の倍数である。なぜならば, m が p の倍数でないと仮定すると m^2 が p の倍数であることに矛盾するからである。ここで, ℓ を正の整数として,

$$m = p\ell$$

とする。このとき,

$$\begin{aligned} n^2p &= m^2 = (p\ell)^2 = p^2\ell^2 \\ n^2 &= p\ell^2 \dots\dots\dots ② \end{aligned}$$

となる。②より, n^2 は p の倍数である。 p は素数であるから n も p の倍数である。

以上から, m, n はどちらも p を約数にもち, m と n が互いに素であることに矛盾している。したがって, \sqrt{p} は有理数ではない。■