数　学

1

(1) 赤, 青, 緑, 紫, 白の玉を 1 つずつ使って円形につなぎ合わせて念珠を作るとき, 全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 種類の念珠を作ることができる。ただし, 裏返して一致する並び方のものは同じ種類とする。

(2) 72^{20} は $\boxed{\text{ウエ}}$ 桁の数である。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(3) $\alpha = 5 + 2\sqrt{5},\ \beta = 5 - 2\sqrt{5}$ とする。このとき, $\alpha + \beta = \boxed{\text{オカ}}$, $\alpha\beta = \boxed{\text{キ}}$ であり, $\alpha^3 + \beta^3 = \boxed{\text{クケコ}}$ である。

(4) k を実数とする。x の方程式 $3x^2 + 4(k+1)x + 4(k+1) = 0$ が実数解をもたず, x の方程式 $x^2 - 2(k-3)x - 2k + 6 = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ。このとき, k のとりうる値の範囲は

$\boxed{\text{サシ}} < k < \boxed{\text{ス}}$ である。

(5) n を 1 以上の整数とする。等差数列 $\{a_n\}$ が, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2$ を満たすとき, $a_n = \boxed{\text{セ}}\,n - \boxed{\text{ソ}}$ である。さらに,

$$\sum_{k=1}^{n} 2^{a_k} = \frac{\boxed{\text{タ}}\left(\boxed{\text{チ}}^{\,n} - \boxed{\text{ツ}}\right)}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

2

ある国では, 病気Aは100人中5人の割合でかかっていることが知られている。病気Aにかかっている人が検査Bを受けると, 90% の確率で陽性と判定される。一方, 病気Aにかかっていない人が検査Bを受けても 10% の確率で陽性と判定される。この国の人が検査Bを受ける場合について, 以下の問いに答えよ。

(1) 病気Aにかかっていて, かつ陽性と判定される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウエ}}}$,

病気Aにかかっておらず, かつ陽性と判定される確率は $\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ である。したがって, 検査Bを受けて陽性と判定されたときに, 実際に病気Aにかかっている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(2) 検査Bを受けて陽性と判定されたときに, 実際には病気Aにかかっていない条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3) 検査Bを2回行うとする。病気Aにかかっていて, かつ検査Bを2回受けて2回とも陽性と判定される確率は $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{2000}$, 病気Aにかかっておらず, かつ検査Bを2回受けて2回とも陽性と判定される確率は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{2000}$ である。したがって, 検査Bを2回受けて2回とも陽性と判定された人が, 実際に病気Aにかかっている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネノ}}}$ である。

(4) 検査Bを2回行うとする。検査Bを2回受けて1回だけ陽性と判定された人が, 実際に病気Aにかかっている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

3

数理工学科が志望学科1である受験者のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{\text{数理 3}}$ と $\boxed{\text{数理 4}}$ を解答してもよい。

座標平面で $y=-x^2$ のグラフを C_1，$y=-\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{3}{4}$ のグラフを C_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 正の傾きをもつ直線 ℓ_1 が，C_1 と C_2 のどちらにも接するとき，ℓ_1 と C_1 の接点の x 座標は $-\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり，ℓ_1 と C_2 の接点の x 座標は $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(3) C_1 と C_2 の交点の x 座標が負のものの x 座標は $-\boxed{\text{カ}}$ である。(2) の直線 ℓ_1 と C_1, C_2 で囲まれた部分の面積 S は

$$S=\int_{\boxed{\text{エオ}}}^{-\boxed{\text{カ}}}\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}x^2+x+\boxed{\text{ケ}}\right)dx$$

$$+\int_{-\boxed{\text{カ}}}^{-\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}}\left(x^2+x+\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)dx$$

$$=\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

さらに，C_1 と C_2 のどちらにも接し，傾きが負の直線を ℓ_2 とする。ℓ_1, ℓ_2, C_1 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

4

数理工学科が志望学科１である受験者のみ，**3** と **4** の代わりに，数理 **3** と 数理 **4** を解答してもよい。

x，y が連立不等式

$$\begin{cases} x+y \leqq 3 \\ x+3y \geqq 3 \\ x \geqq 0 \end{cases}$$

を満たすとする。以下の問いに答えよ。

(1) $4x+y$ は，$(x,y)=\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$ で最大値 $\boxed{\text{ウエ}}$ をとり，$(x,y)=\left(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}\right)$ で最小値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる。

(2) $(x-1)^2+y^2$ は，$(x,y)=\left(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}\right)$ で最大値 $\boxed{\text{コサ}}$ をとり，$(x,y)=\left(\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ をとる。

(3) xy は，$(x,y)=\left(\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\right)$ で最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとり，$(x,y)=\left(\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}}\right)$ および $x=\boxed{\text{ハ}}$ かつ $\boxed{\text{ヒ}} \leqq y \leqq \boxed{\text{フ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ヘ}}$ をとる。

$\boxed{\text{数理 3}}$

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{\text{数理 3}}$ と $\boxed{\text{数理 4}}$ を解答してもよい。

$f(x) = x - \sqrt{3}\sin x + \cos x$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $0 \leqq x < 2\pi$ とする。

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sin\left(x + \frac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}\right)$$

と表せるので，$f'(x) = 0$ を満たす x は

$$x = \frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}},\ \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$$

である。

$x = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}$ で，$f(x)$ は $\boxed{\text{ク}}$ $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$，

$x = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$ で，$f(x)$ は $\boxed{\text{サ}}$ $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$

をとる。ただし，$\boxed{\text{ク}}$ および $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものは，次の⓪および①のうちから一つずつ選べ。

⓪ 極小値　　　① 極大値

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \boxed{\text{タ}}$，$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin^2 x}{x(\cos x + 1)} = \boxed{\text{チ}}$ に注意すると，

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x) - f(0)}{x} = \boxed{\text{ツ}} - \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

数理 4 | **数理工学科が志望学科 1 である受験者**のみ, **3** と **4** の代わりに, **数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

k を実数とする。また, 双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ を C_1, 放物線 $y = x^2 - k$ を C_2 とし, C_1 と C_2 の共有点が 2 つであるとする。以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 の共有点が 2 つであることから, $k = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり, x 座標が正である共有点の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}, \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}} \right)$ である。

(2) x 座標が正である共有点における C_1 の接線 ℓ_1 の方程式は

$$y = \sqrt{\boxed{キ}}\,x - \boxed{ク}$$

である。C_1 の漸近線のうち, 傾きが正のものを ℓ_2 とする。ℓ_1 と ℓ_2 の交点の y 座標は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ケ}} + \boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である。

(3) x 軸および (2) の ℓ_1, ℓ_2 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{シ}} + \boxed{ス}}{\boxed{セソ}}$ である。