数　学

$\boxed{1}$

(1) $70xyz-30xy-28xz-35yz+12x+15y+14z-6$ を因数分解すると

$$\left(\boxed{ア}\,x-\boxed{イ}\right)\left(\boxed{ウ}\,y-\boxed{エ}\right)\left(\boxed{オ}\,z-\boxed{カ}\right)$$

となる。

(2) データ $a, 2, b, 1$ の平均値が 2, 分散が 6.5 であるとき, $a=\boxed{キ}$, $b=\boxed{クケ}$ である。ただし, $a>b$ とする。

(3) $8^x-4^x-2^{x+3}-6=0$ ならば, $x=\log_2\left(\sqrt{\boxed{コ}}+\boxed{サ}\right)$ である。

(4) 2 つのベクトル $\overrightarrow{a}=(t+1, 2t, -2t-3)$ と $\overrightarrow{b}=(-3t, t^2, t-1)$ が垂直になるような実数 t の値は $\boxed{シ}$ 個ある。それらの t の値をすべて足し合わせると $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ となり, また, すべて掛け合わせると $\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ となる。

(5) 実数 x と y が $x^2y-y^3=0$ を満たすとき, $y-x^2$ の最大値は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$ である。

2

整式 $f(x)$ は $x-1$ で割った余りが -3, $x+1$ で割った余りが 1 であるような 3 次式とする。以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を $(x-1)(x+1)$ で割ると，商は $\boxed{\text{ア}}$ 次式である $g(x)$ を用いて，$f(x)=g(x)(x-1)(x+1)+ax+b$ と表せる。ここで $a=\boxed{\text{イウ}}$，$b=\boxed{\text{エオ}}$ である。

(2) さらに $f(x)$ は，x^2-2x で割ると余りが $3x-2$ であるとすると，商は $x+\boxed{\text{カ}}$ である。つまり，$f(x)=px^3+qx^2+rx+s$ とおくと，$p=\boxed{\text{キ}}$，$q=\boxed{\text{ク}}$，$r=\boxed{\text{ケコ}}$，$s=\boxed{\text{サシ}}$ である。このとき，$f(-1)=\boxed{\text{ス}}$，$f(0)=\boxed{\text{セソ}}$ であるから $f(-1)$ と $f(0)$ は $\boxed{\text{タ}}$ である。このことから，方程式 $f(x)=0$ は $-1<x<0$ に $\boxed{\text{チ}}$ ことがわかる。ただし，$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものは，次の⓪〜④のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 同符号　① 異符号　② 解をもつ
③ 解をもたない　④ 解をもつときともたないときがある

(3) $h(x)$ を整式とし，$h(a)\neq 0$，$h(b)\neq 0$ $(a<b)$ とする。このとき，

命題 P: $h(a)$ と $h(b)$ が異符号ならば方程式 $h(x)=0$ は区間 $a<x<b$ に解をもつ

は真である。この命題 P の対偶は「$\boxed{\text{ツ}}$ ならば $\boxed{\text{テ}}$」であり，一般に $\boxed{\text{ト}}$。また，命題 P の裏は「$\boxed{\text{ナ}}$ ならば $\boxed{\text{ニ}}$」であり，一般に $\boxed{\text{ヌ}}$。ただし，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものは，次の⓪〜⑥のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $h(a)$ と $h(b)$ が同符号　① $h(a)$ と $h(b)$ が異符号
② 方程式 $h(x)=0$ は $a<x<b$ に解をもつ
③ 方程式 $h(x)=0$ は $a<x<b$ に解をもたない
④ 方程式 $h(x)=0$ は $a<x<b$ に解をもつときともたないときがある
⑤ 真である　⑥ 偽である

(4) $h(x)$ を整式とするとき, 方程式 $h(x)=0$ の解を調べる, 二分法と呼ばれる方法がある。$a<b$ かつ $h(a)\cdot h(b)<0$ とするとき, (3) の命題 P より, 方程式 $h(x)=0$ は区間 $a<x<b$ に解をもつ。このとき,

$$h\left(\frac{a+b}{2}\right)=\boxed{\text{ネ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$h(a)\cdot h\left(\frac{a+b}{2}\right)<0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$h\left(\frac{a+b}{2}\right)\cdot h(b)<0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

のいずれかが成り立つ。①のとき, $x=\dfrac{a+b}{2}$ が解である。②のとき区間 $a<x<\dfrac{a+b}{2}$ に解をもち, ③のとき区間 $\dfrac{a+b}{2}<x<b$ に解をもつため, 解のある区間の幅を $b-a$ から $\dfrac{b-a}{\boxed{\text{ノ}}}$ に狭めることができる。これを繰り返して解のある区間の幅を狭める方法を二分法と呼ぶ。例えば, $\boxed{\text{ハヒ}}$ 回以上繰り返せば, 解のある区間の幅を $\dfrac{1}{10^{20}}(b-a)$ 以下に狭められる。ただし, $\log_5 2=0.4307$ としてよい。また, $\boxed{\text{ハヒ}}$ には当てはまる最小の数を答えよ。

3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, **数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

$y = |x-1|$ のグラフを C_1, $y = |x^2 - 3x - 10|$ のグラフを C_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) C_1 は $x = \boxed{\text{ア}}$ に関して対称である。C_2 は $x = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ に関して対称である。

(2) C_1 と C_2 の交点の x 座標の値のうち最も小さいものは $\boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。この値の整数部分を a, 小数部分を b とすると, $a = \boxed{\text{キク}}$, $b = \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。 ただし, 実数 X の整数部分とは X を超えない最大の整数のことであり, 小数部分とは X からその整数部分を引いた数のことである。

(3) $0 \leqq x \leqq 1 + 2\sqrt{3}$ とする。このとき, y 軸と C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}} + \boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

$\boxed{4}$

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに, $\boxed{数理\ 3}$ と $\boxed{数理\ 4}$ を解答してもよい。

n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおく。この数列が

$$S_1 = 2, \quad S_n = 1 + 4a_{n-1} \ (n = 2, 3, 4, \cdots)$$

を満たすとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $a_1 = \boxed{ア}$, $a_2 = \boxed{イ}$, $a_3 = \boxed{ウエ}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は $n \geqq \boxed{オ}$ のとき, S_n と S_{n-1} の差をとることにより, $p = \boxed{カキ}$, $q = \boxed{ク}$ として, $a_n + pa_{n-1} + qa_{n-2} = 0$ を満たす。ここで $\boxed{オ}$ は, この 3 項間漸化式が成り立つもののうち最も小さな値とせよ。

(3) $b_n = a_{n+1} - \boxed{ケ} a_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおく。このとき, $b_{n+1} = \boxed{コ} b_n$, $b_1 = \boxed{サ}$ となることから, $b_n = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}} \cdot \boxed{セ}^n$ である。

(4) $a_n = \boxed{ソ}^n c_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおくと数列 $\{c_n\}$ は等差数列になる。このことから, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{タ}\,n + \boxed{チ}}{\boxed{ツ}} \cdot \boxed{テ}^n$$

である。

数理 3 　**数理工学科が志望学科 1 である受験者**のみ，**3** と **4** の代わりに，数理 **3** と 数理 **4** を解答してもよい。

関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\frac{x}{x^2+4}$$

とし，$y=f(x)$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ は，$x=\boxed{\text{アイ}}$ のとき極小値 $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ をとり，$x=\boxed{\text{カ}}$ のとき極大値 $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ をとる。また，

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\boxed{\text{ケ}},\quad \lim_{x\to-\infty}f(x)=\boxed{\text{コ}}$$

である。

(2) グラフ C の変曲点の座標は，$\left(\boxed{\text{サシ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}},\ \dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\right)$，$\left(\boxed{\text{ツ}},\boxed{\text{テ}}\right)$，$\left(\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}\right)$ である。

(3) グラフ C，x 軸および直線 $x=2$ によって囲まれた部分の面積 S は，

$$S=\int_{\boxed{\text{ノ}}}^{2}f(x)dx=\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\log\boxed{\text{フ}}$$

となる。ただし，$\boxed{\text{フ}}$ に当てはまる数は最小のものを答えよ。また，log は自然対数とする。

数理 4 　**数理工学科が志望学科 1 である受験者**のみ，**3** と **4** の代わりに，**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

$\tan\frac{2\pi}{5}$ の値を求めることを考える。a を正の実数，i を虚数単位とし，複素数 $z=a+i$ の偏角を $\arg z=\frac{2\pi}{5}$ とする。以下の問いに答えよ。ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{ウ}$，$\boxed{チ}$ に当てはまるものは，次の⓪〜⑦のうちから一つずつ，$\boxed{ニ}$，$\boxed{ノ}$ に当てはまるものは，⑧および⑨のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ a　① $\frac{1}{a}$　② $a+\frac{1}{a}$　③ z　④ $\frac{1}{z}$

⑤ $z+\frac{1}{z}$　⑥ 正　⑦ 負　⑧ $+$　⑨ $-$

(1) $\tan\frac{2\pi}{5}=\boxed{ア}$ であり，$z^{\boxed{イ}}$ は $\boxed{ウ}$ の実数となる。ただし $\boxed{イ}$ は 1 以上の整数とする。

(2) $(a+i)^{\boxed{イ}}$ を a の多項式として展開すると，

$$(a+i)^{\boxed{イ}}$$
$$=a\left(a^{\boxed{エ}}-\boxed{オカ}a^2+\boxed{キ}\right)+\left(\boxed{ク}a^4-\boxed{ケコ}a^2+\boxed{サ}\right)i$$

となる。$x=a^2$ とおくと，この実部と虚部はそれぞれ多項式 $f(x)$ と $g(x)$ を用いて，$af(x)$ と $g(x)$ と表せる。$g(x)=\boxed{シ}$ となることから，$x=\frac{\boxed{ス}\pm\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$ を得る。一方，実部 $af(x)$ は $\boxed{ウ}$ の値をとり，a は正だから $f(x)$ は $\boxed{チ}$ でなければならないことがわかる。そのような x は，多項式 $f(x)$ を多項式 $g(x)$ で割ると余りが $-\boxed{ツ}x+\frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$ となることを用いると，

$$x=\frac{\boxed{ス}\boxed{ニ}\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}=\frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}\boxed{ノ}\boxed{ハ}\sqrt{\boxed{ヒ}}}$$

であることがわかる。つまり，

$$\tan\frac{2\pi}{5} = \boxed{\text{ア}} = \sqrt{\boxed{\text{フ}} + \boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}}$$

とわかる。