

令和 6 年度
武蔵野大学

一般選抜 A 日程 2 月 6 日

2 時限
数学 I II A B
(60 分)

【注意事項】

1. 問題は 7 ページまでです。
2. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、黙って手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答用紙 (A) には第 1 志望の受験番号を記入し、受験番号の下マーク欄にマークしてください。次に氏名、フリガナを記入し、解答する時限と受験票に記載された科目にマークしてください。正しくマークされていない場合には、採点できないことがあります。
5. ①、②、③、④ の 4 題を解答し、解答用紙 (B) の ①、②、③、④ の解答記入欄にマークしてください。ただし、数理工学科を志望学科 1 としている場合は、①、②、③、④ または ①、②、数理 3、数理 4 のどちらか 4 題を解答し、解答用紙 (B) の ①、②、③、④ の解答記入欄にマークしてください。なお解答上の注意が裏表紙にあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用しても構いませんが、ページを切り離してはいけません。
7. 時間内に解答し終わっても、退出することはできません。
8. 途中で質問等があるときは、黙って手を挙げて監督者を呼んでください。

(1) $P(x) = x^5 + 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 12x + 9$ とおく。 $P(x)$ を $x - 2$ で割った余りは アイ であり、 $P(x)$ を $x + 1$ で割った余りは ウ である。 $P(x)$ を $x^2 - x - 2$ で割った余りは エオ $x +$ カキ である。

(2) 不等式 $|x| + |x + 1| \leq 5$ を満たす整数 x の個数は ク であり、不等式 $|x| + |x + 1| < 5$ を満たす整数 x の個数は ケ である。

(3) 2 次方程式 $x^2 + 2x + 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、
 2 数 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ を解とする 2 次方程式の 1 つは $x^2 + \frac{\text{コ}}{\text{サ}}x + \frac{\text{シ}}{\text{ス}} = 0$
 である。また、2 数 α^3, β^3 を解とする 2 次方程式の 1 つは
 $x^2 - \text{セソ}x + \text{タチ} = 0$ である。

(4) 等差数列 $\{a_n\}$ が、 $a_2 = \frac{5}{4} \log_2 9$, $a_4 = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{27}$ を満たすとき、初項 a_1 は ツ $\log_2$ テ であり、 a_n が負となる最小の n は ト である。

(5) $\triangle ABC$ において、 $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{5}$, $|\overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{6}$ であり、
 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4\sqrt{15}$ であるとする。 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角を θ とすると、
 $\cos \theta = \frac{\sqrt{\text{ナ}}}{\text{ニ}}$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は ヌ $\sqrt{\text{ネノ}}$ である。

2

m を実数,

$$f(x) = x^2 - (4m + 2)x + 5m + 4$$

とし, $y = f(x)$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

(1) グラフ C の頂点の座標は,

$$\left(\boxed{\text{ア}} m + \boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウエ}} m^2 + m + \boxed{\text{オ}} \right)$$

である。

(2) グラフ C と x 軸が異なる 2 点で交わるような m の範囲は,

$$m < \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \boxed{\text{ケ}} < m$$

であり, グラフ C と x 軸の負の部分が異なる 2 点で交わるような m の範囲は,

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} < m < \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(3) $1 \leq x \leq 3$ の範囲で, $f(x)$ の最小値は,

$$\begin{aligned} m \leq \boxed{\text{タ}} \text{ のとき, } m + \boxed{\text{チ}}, \\ \boxed{\text{タ}} < m \leq \boxed{\text{ツ}} \text{ のとき, } \boxed{\text{テト}} m^2 + m + \boxed{\text{ナ}}, \\ \boxed{\text{ツ}} < m \text{ のとき, } \boxed{\text{ニヌ}} m + \boxed{\text{ネ}} \end{aligned}$$

である。

3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

△ABC の頂点を移動する点 P が初め頂点 A にいる。1 個のさいころを投げて、

- 3 の倍数の目が出たら、今いる頂点にとどまる。
- 3 の倍数の目が出なかったら、点 P が頂点 B にいる場合、頂点 A または頂点 C に同じ確率で移動し、点 P が頂点 A または頂点 C にいる場合、頂点 B に移動する。

さいころを n 回続けて投げたときに、点 P が頂点 B にいる確率を p_n 、頂点 A または頂点 C にいる確率を q_n とする。以下の問いに答えよ。

(1) さいころを $n+1$ 回続けて投げたとき、点 P が頂点 B にいるのは、

[1] n 回続けて投げたときに頂点 B にいて、さいころを投げたときに 3 の倍数の目が出る

[2] n 回続けて投げたときに頂点 A または頂点 C にいて、さいころを投げたときに 3 の倍数以外の目が出る

のいずれかの場合である。したがって、

$$p_{n+1} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} p_n + \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} q_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。また、点 P は頂点 A, B, C のいずれかにいることに注意すると、

$$p_n + q_n = \boxed{\text{エ}}$$

を得る。したがって、

$$p_{n+1} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} p_n + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

が成り立つ。

(2) ①より、

$$p_{n+1} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} \left(p_n - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$$

を得る。したがって、 $r_n = p_n - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ とおくと、数列 $\{r_n\}$ は公比 $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ の等比数列である。 $p_1 = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ だから、数列 $\{p_n\}$ の一般項は、

$$p_n = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \left(\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \right)^{n-1}$$

である。

4

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, **数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

$0 \leq x \leq 2\pi$ とし, $f(x) = \sin x + \cos 2x - \sin 3x$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $t = \sin x$ とおくと,

$$f(x) = \boxed{\text{ア}} t^3 - \boxed{\text{イ}} t^2 - \boxed{\text{ウ}} t + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) $f(x) = 0$ となる x の個数は **オ** である。そのうち, 最小の x は

$$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi, \text{ 最大の } x \text{ は } \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi \text{ である。}$$

(3) $f(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ のとき最小値 **シス** をとり,

$$\sin x = \frac{\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ のとき最大値 } \frac{\boxed{\text{チツ}} + \boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}} \text{ を}$$

とる。

数理 3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, 3 と 4 の代わりに, 数理 3 と 数理 4 を解答してもよい。

$x > 0$ に対し, $\log x$ を x の自然対数とする。 $y = \log x$ のグラフが直線 $y = x$ からどれくらい離れているか考える。ア ～ ナ に当てはまるものを, 次の ① ～ ⑨ のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① $\sqrt{2}$ ② 1 ③ 4 ④ $<$ ⑤ $>$
 ⑥ $|a + b|$ ⑦ $|a - b|$ ⑧ $\frac{1}{x}$ ⑨ $\log x - x$ ⑩ $x - \log x$

(1) $f(x) = x - \log x$ とおくと, $f'(x) = \text{ア} - \text{イ}$ である。

$f'(x)$ の値は, x ウ エ で $f'(x) < 0$, $x = \text{オ}$ で $f'(x) = 0$,
 x カ キ で $f'(x) > 0$ となるので, $f(x)$ は, $x = \text{ク}$ で最小値
 ケ をとる。したがって, $x > 0$ において $\log x$ コ x である。

(2) 点 (a, b) と直線 $y = x$ の距離は, $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ で与えられる。

(3) $y = \log x$ のグラフ上の点 $(x, \log x)$ と直線 $y = x$ の距離 $g(x)$ は, (1)
 の結果から, $g(x) = \frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ となる。

(4) (1) の $f(x)$, (3) の $g(x)$ に対し, $g(x) = \frac{f(x)}{\text{ソ}}$ が成立するから,

$x = \text{タ}$ のとき, $g(x)$ は最小値 $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$ をとる。すなわち, $y = \log x$

のグラフ上の点のうちで直線 $y = x$ との距離が最も小さいのは点

$(\text{テ}, 0)$ で, 点 $(\text{テ}, 0)$ と直線 $y = x$ の距離は $\frac{\text{ト}}{\text{ナ}}$ である。

数理 4

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, **数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

$0 < x < \frac{\pi}{2}$, $f_n(x) = \sin^n x + \cos^n x$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $t = f_1(x)$ とするとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\sin x \cos x$ を t で表すと, $\frac{\text{ア}}{\text{イ}} t^2 - \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ となる。また,

$$f_3(x) = \frac{\text{オカ}}{\text{キ}} t^3 + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} t \text{ となる。}$$

(2) t の範囲は $\text{コ} < t \leq \sqrt{\text{サ}}$ だから, $f_3(x)$ は $x = \frac{\pi}{\text{シ}}$ で

最小値 $\frac{\sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$ をとる。

(3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ を t を用いて表すと,

$$\frac{\text{ソタ} t^2 + \text{チ} t + \text{ツ}}{t^2 - \text{テ} t + \text{ト}}$$

となる。

■解答上の注意

- 1 問題文中の ア、イウ などには、特別な指示がない限り、数字（0～9）、符号（－）が入ります。ア、イ、ウ、……の1つ1つは、これらのいずれか1つに対応します。それらを解答用紙（B）のア、イ、ウ、……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 イウ に－3と答えたいとき

イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

- 2 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。また、符号は分子につけ、分母につけてはいけません。
- 3 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、 $6\sqrt{2}$ と答えるところを、 $3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
- 4 比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えなさい。例えば、4:3と答えるところを、8:6のように答えてはいけません。