

数 学

1

- (1) 連立不等式 $\begin{cases} |x-3| \leq 7 \\ |x+1| \geq 3 \end{cases}$ の解は,

$$x = \boxed{\text{アイ}}, \quad \boxed{\text{ウ}} \leq x \leq \boxed{\text{エオ}}$$

である。

- (2) 正八角形の 8 個の頂点のうち 3 点を結んで三角形を作るとき, 三角形は $\boxed{\text{カキ}}$ 個できる。

それらのうち互いに合同でない三角形は $\boxed{\text{ク}}$ 種類である。

- (3) i を虚数単位, 定数 a, b を実数とする。2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が解 $1 - 2i$ をもつとき, $a = \boxed{\text{ケコ}}$, $b = \boxed{\text{サ}}$ と定まる。また, もう一方の解は $\boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}i$ である。

- (4) $0 < x < \pi$ とするとき, $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2$ を満たす x は小さい順に

$$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \pi \text{ と } \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi \text{ である。}$$

- (5) x, y が 4 つの不等式 $x \geq 1, y \geq 1, 2x + 3y \leq 17, 2x + y \leq 11$ を満たすとき, $x + y$ の最大値は $\boxed{\text{ツ}}$, 最小値は $\boxed{\text{テ}}$ である。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = 3a_n + 2n^2 - 4n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。以下の問いに答えよ。

$$(1) \ a_1 = \boxed{\text{ア}}, \ a_2 = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \text{ であり, } S_1 = \boxed{\text{エ}}, \ S_2 = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \text{ である。}$$

(2) a_{n+1} を a_n と n で表すと,

$$a_{n+1} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} a_n - \boxed{\text{ケ}} n + \boxed{\text{コ}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となる。

$$(3) \ b_n = a_{n+1} - a_n \text{ とおくと, } b_1 = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ であり,}$$

$$b_{n+1} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} b_n - \boxed{\text{タ}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{..... ①}$$

となる。①は,

$$b_{n+1} - \boxed{\text{チ}} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} (b_n - \boxed{\text{チ}})$$

と変形できるので、数列 $\{b_n\}$ の一般項は,

$$b_n = \boxed{\text{ツ}} - \boxed{\text{テ}} \left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \right)^{n+1}$$

となり、数列 $\{a_n\}$ の一般項は,

$$a_n = \boxed{\text{ト}} n + \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \right)^{n-1}$$

となる。

3

数理工学科またはデータサイエンス学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**記述 3** と **記述 4** を解答してもよい。

a を正の定数とする。また、関数 $f(x) = x^2 - |2x - a|$ を用いて、座標平面上の $y = f(x)$ のグラフを曲線 C とする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、**オ**、**カ**、**キ**、**チ**、**ツ** には当てはまるものを、次の①～④のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① 0 ② 正 ③ 負 ④ x_1 ⑤ x_2

(1) $x < \frac{\text{ア}}{\text{イ}}a$ のとき、 $f(x) = x^2 + 2x - a$ であり、 $f_1(x) = x^2 + 2x - a$

とおく。また、 $x > \frac{\text{ア}}{\text{イ}}a$ のとき、 $f(x) = x^2 - 2x + a$ であり、

$f_2(x) = x^2 - 2x + a$ とおく。 $x = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}a$ のときは、 $f(x) = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}a^2$

であり、その値は **オ** となる。

(2) $f_1(x)$ と $f_2(x)$ を (1) で定めたものとする。曲線 C が x 軸と 4 つの共有点をもつ必要十分条件は、 $y = f_1(x)$ のグラフの頂点の y 座標が **カ**、かつ $y = f_2(x)$ のグラフの頂点の y 座標が **キ** であることである。よって、

$$\text{ク} < a < \text{ケ}$$

である。

(3) $f_1(x)$ と $f_2(x)$ を (1) で定めたものとする。 $y = f_1(x)$ のグラフ上の点 $(x_1, f_1(x_1))$ における接線 ℓ_1 の方程式は傾きを m_1 として、

$$y - f_1(x_1) = m_1(x - x_1) \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

と表せる。また、 $y = f_2(x)$ のグラフ上の点 $(x_2, f_2(x_2))$ における接線 ℓ_2 の方程式は傾きを m_2 として、

$$y - f_2(x_2) = m_2(x - x_2) \quad \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

と表せる。

ℓ_1 と ℓ_2 が一致する場合を考える。 $m_1 = m_2$ より、 $x_2 - x_1 = \text{コ}$ で

あり,

$$x_1 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a - \boxed{\text{ス}}, \quad x_2 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a + \boxed{\text{タ}}$$

である。このときの接線を ℓ とし, ℓ の方程式を $y = g(x)$ とおく。

$$x \leq \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a \text{ のとき, } f(x) - g(x) = \left(x - \boxed{\text{チ}}\right)^2 \text{ と変形できる。}$$

$$x \geq \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a \text{ のとき, } f(x) - g(x) = \left(x - \boxed{\text{ツ}}\right)^2 \text{ と変形できる。}$$

(4) (3) の関数 $g(x)$ について,

$$\int_{x_1}^{\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a} \{f(x) - g(x)\} dx = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

$$\int_{\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a}^{x_2} \{f(x) - g(x)\} dx = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

となるので, 曲線 C と (3) の直線 ℓ で囲まれる部分の面積 S は,

$$S = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

4

数理工学科またはデータサイエンス学科が志望学科 1 である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, **記述 3** と **記述 4** を解答してもよい。

実数 t を超えない最大の整数を $[t]$ と表す。すなわち, $[t]$ は不等式 $t - 1 < [t] \leq t$ を満たす整数とする。 $0 \leq x < 2\pi$ とするとき, 以下の問いに答えよ。

(1) 定義から, $[2] = \text{ア}$, $[2.5] = \text{イ}$, $[-\pi] = \text{ウエ}$ である。

(2) すべての実数 t について真であるような命題を以下から一つ選び, **オ** にマークせよ。ただし, k は整数とする。

- ① : $[t] = k \iff k < t < k + 1$
- ② : $[t] = k \iff k < t \leq k + 1$
- ③ : $[t] = k \iff k \leq t < k + 1$
- ④ : $[t] = k \iff k \leq t \leq k + 1$

(3) $[\cos 2x]$ は **カ** 通りの値をとる。また, $[\cos 2x] = -1$ は,

$$\frac{1}{\text{キ}} < \sin^2 x \leq \text{ク}$$

と同値である。

(4) $[2 \sin x]$ は **ケ** 通りの値をとる。また, $[2 \sin x] = -1$ は,

$$\frac{\text{コサ}}{\text{シ}} \leq \sin x < \text{ス}$$

と同値である。

(5) $[2 \sin x] = [\cos 2x]$ は,

$$\text{セ} < x < \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \pi, \quad \frac{\text{チ}}{\text{ツ}} \pi < x < \pi$$

と同値である。

記述 3

数理工学科またはデータサイエンス学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**記述 3** と **記述 4** を解答してもよい。

円 $x^2 - 6x + y^2 - 8y + 9 = 0$ を C_1 、原点を中心とする半径 r の円を C_2 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 円 C_1 の中心の座標および半径を求めよ。
- (2) 円 C_1 と円 C_2 が外接しているとする。このとき、円 C_2 の半径 r を求めよ。
- (3) $r = 2$ とする。このとき、円 C_1 と円 C_2 は異なる 2 点 A, B で交わる。2 点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。

記述 4

数理工学科またはデータサイエンス学科が志望学科 1 である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, **記述 3** と **記述 4** を解答してもよい。

$f(x) = |x^3 - x^2 - 2x|$ について考える。以下の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の座標をすべて求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。