令和７年度
武蔵野大学

一般選抜Ａ日程　２月６日理系

２時限
数学ⅠⅡＡＢＣ

《 60 分 》

【注意事項】

1．問題は７ページまでです。
2．試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
3．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、黙って手を挙げて監督者に知らせてください。
4．解答用紙（A）には第１志望の受験番号を記入し、受験番号の下のマーク欄にマークしてください。次に氏名、フリガナを記入し、解答する時限と受験票に記載された科目にマークしてください。正しくマークされていない場合には、採点できないことがあります。
5．$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$ の４題を解答し、解答用紙（B）の $\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$ の解答記入欄にマークしてください。ただし、数理工学科を志望学科１としている場合は、$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$ または $\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{\text{数理３}}$、$\boxed{\text{数理４}}$ のどちらか４題を解答し、解答用紙（B）の $\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$ の解答記入欄にマークしてください。なお解答上の注意が裏表紙にあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。
6．問題冊子の余白等は適宜利用しても構いませんが、ページを切り離してはいけません。
7．時間内に解答し終わっても、退出することはできません。
8．途中で質問等があるときは、黙って手を挙げて監督者を呼んでください。

$\boxed{\textbf{1}}$

(1) $x=\sqrt{7}+\sqrt{2},\ y=\sqrt{7}-\sqrt{2}$ のとき, $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ であり, $\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オカ}}}{\boxed{キ}}$ である。

(2) $\tan x=\dfrac{1}{29},\ \tan y=\dfrac{19}{139}$ とするとき, $\tan(x-y)=\dfrac{\boxed{クケコサ}}{\boxed{シスセソ}}$ である。

(3) 不等式 $n\geqq |m|$ および
$n\leqq -|m-2|+4$ をともに満たす整数の組 $(m,\ n)$ は $\boxed{タチ}$ 個ある。

(4) 多項式 $P(x)$ を $x-1$ で割った余りが 10, x^2+1 で割った余りが $2x+2$ であるとき, $P(x)$ を x^3-x^2+x-1 で割った余りは
$\boxed{ツ}x^2+\boxed{テ}x+\boxed{ト}$ である。

(5) 四面体 ABCD の 6 つの辺を赤と白の 2 色で塗り分ける。ただし, 四面体 ABCD の 4 つの面のいずれの三角形も, すべての辺が同じ色にならないように塗るものとする。赤く塗った辺が 4 つ, 白く塗った辺が 2 つになるような塗り方は $\boxed{ナ}$ 通りであり, 赤く塗った辺と白く塗った辺がともに 3 つになる塗り方は $\boxed{ニヌ}$ 通りである。

2

平面上に相異なる 3 点 O, A_0, A_1 があり, $OA_0 = 1$, $\angle A_0OA_1 = \theta$, $0^\circ < \theta \leqq 90^\circ$ であるとする。直線 OA_1 に関して A_0 と対称な点を A_2 とする。また, 直線 OA_2 に関して A_1 と対称な点を A_3 とする。これを繰り返して, 正の整数 n に対して, 直線 OA_n に関して A_{n-1} と対称な点を A_{n+1} とする。以下の問いに答えよ。

(1) A_6 が A_0 に一致し, $\triangle A_1A_3A_5$ の面積が $\triangle A_0A_2A_4$ の面積の $\dfrac{7}{8}$ であるとする。このとき, $OA_1 = \dfrac{\sqrt{\boxed{アイ}}}{\boxed{ウ}}$ であり,

$$A_0A_1 = \frac{\sqrt{\boxed{エオ} - \boxed{カ}\sqrt{\boxed{キク}}}}{\boxed{ケ}}$$ である。

(2) A_5 が A_0 に一致するとき, $OA_1 = \boxed{コ}$ である。このとき,

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\boxed{サ}} - \boxed{シ}}{\boxed{ス}}$$ であり,

$$A_0A_1 = \frac{\sqrt{\boxed{セソ} - \boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}}{2}$$
である。

(3) A_{2025} と A_0 が一致するとき, $OA_1 = \boxed{ツ}$ である。また, このような θ の個数は全部で $\boxed{テトナ}$ 個ある。このうち, どの A_n $(1 \leqq n \leqq 2024)$ も A_0 に一致しないような θ の個数は $\boxed{ニヌネ}$ 個ある。

$\boxed{\mathbf{3}}$

> **数理工学科が志望学科 1 である受験者**のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{数理\ \mathbf{3}}$ と $\boxed{数理\ \mathbf{4}}$ を解答してもよい。

2 次関数 $y = -2x^2$ のグラフを平行移動した放物線 C が, 原点 O と点 A(2, 0) を通るとする。また, 放物線 C と x 軸で囲まれた図形を D とし, 図形 D の面積を S_1 とする。以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 C をグラフにもつ 2 次関数は $y = \boxed{\text{アイ}}\,x^2 + \boxed{\text{ウ}}\,x$ であり, その頂点の座標は $\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$ である。また, 図形 D の面積 S_1 は

$$S_1 = \int_{\boxed{\text{カ}}}^{\boxed{\text{キ}}} \left(\boxed{\text{アイ}}\,x^2 + \boxed{\text{ウ}}\,x\right) dx = \left[-\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}x^3 + \boxed{\text{コ}}\,x^2\right]_{\boxed{\text{カ}}}^{\boxed{\text{キ}}}$$

となることから, $S_1 = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。ただし, $\boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{キ}}$ とする。

(2) 放物線 C 上に点 $\mathrm{B}\left(b,\ \boxed{\text{アイ}}\,b^2 + \boxed{\text{ウ}}\,b\right)$ をとり, 点 A と点 B を通る直線を ℓ とする。ただし, $0 < b < 2$ とする。この直線 ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{スセ}}\,bx + \boxed{\text{ソ}}\,b$ なので, 直線 ℓ と放物線 C で囲まれた図形の面積 S_2 は

$$S_2 = \int_b^2 \left\{\left(\boxed{\text{アイ}}\,x^2 + \boxed{\text{ウ}}\,x\right) - \left(\boxed{\text{スセ}}\,bx + \boxed{\text{ソ}}\,b\right)\right\} dx$$
$$= -\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\left(b^3 - \boxed{\text{ツ}}\,b^2 + \boxed{\text{テト}}\,b - \boxed{\text{ナ}}\right)$$

と求まる。この多項式は因数 $b - \boxed{\text{ニ}}$ をもつことから因数分解できて, $S_2 = \dfrac{S_1}{2}$ となるような b は

$$\log_2\left(\boxed{\text{ニ}} - b\right) = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

を満たし, $b = 2^p(2^q - 1)$ と表せる。ここで, $p = \dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$, $q = \dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ である。

$\boxed{4}$

数理工学科が志望学科１である受験者のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{数理\ 3}$ と $\boxed{数理\ 4}$ を解答してもよい。

平行六面体 OADB − CEGF において，辺 OC の中点を P，辺 BD を 1 : 3 に内分する点を Q，辺 AD を 2 : 1 に内分する点を R とし，平面 PQR と直線 OG の交点を S とする。また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とし，$\left|\vec{a}\right| = 4$，$\left|\vec{b}\right| = 2$，$\left|\vec{c}\right| = 4$，$\vec{a}\cdot\vec{b} = -4$，$\vec{b}\cdot\vec{c} = 4$，$\vec{c}\cdot\vec{a} = 0$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\angle\mathrm{AOB} = \boxed{\text{アイウ}}^\circ$，$\angle\mathrm{BOC} = \boxed{\text{エオ}}^\circ$，$\angle\mathrm{COA} = \boxed{\text{カキ}}^\circ$ である。また，線分 OG の長さは $\boxed{\text{ク}}$ である。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\vec{a} + \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \vec{a} + \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\vec{b}$ である。

(3) 点 S は直線 OG 上にあるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = k\overrightarrow{\mathrm{OG}}$$

となる実数 k がある。$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ であるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = k\vec{a} + k\vec{b} + k\vec{c}$$

である。

また，点 S は平面 PQR 上にあるから，$\overrightarrow{\mathrm{PS}} = s\overrightarrow{\mathrm{PQ}} + t\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ となる実数 s, t がある。(2) の結果を用いると，

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = \left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}s + t\right)\vec{a} + \left(s + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}t\right)\vec{b} + \frac{\boxed{\text{テ}} - s - t}{\boxed{\text{ト}}}\vec{c}$$

となる。4 点 O, A, B, C は同じ平面上にないから，

$$s = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}},\ t = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}},\ k = \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$$

が得られる。

数理 3 数理工学科が志望学科１である受験者のみ，**3** と **4** の代わりに，**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

数列 $\{x_n\}$ は $x_1 = 2$ およびすべての自然数 n に対して

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - 2}{4} \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

を満たすものとする。以下の問いに答えよ。ただし，$\boxed{オ}$，$\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ に当てはまるものは，次の⓪〜②のうちから一つ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $=$

(1) 正の実数 α が

$$\alpha = \alpha - \frac{\alpha^2 - 2}{4} \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

を満たすとき，$\alpha = \sqrt{\boxed{ア}}$ である。

以後，$\alpha = \sqrt{\boxed{ア}}$ とする。

(2) ①より，

$$2 - x_{n+1} = \frac{1}{\boxed{イ}}\left(x_n - \boxed{ウ}\right)^2 + \frac{1}{\boxed{エ}}$$

であるので，$n \geqq 2$ では，$x_n \boxed{オ} 2$ が成り立つ。

(3) ①から②を引くことにより，

$$x_{n+1} - \alpha =$$
$$(x_n - \alpha)\left\{\boxed{カ} - \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}(x_n + \alpha)\right\} \qquad \cdots ③$$

となる。$x_1 = 2$ および (2) より，すべての自然数 n に対し，

$$\boxed{カ} - \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}(x_n + \alpha) \boxed{ケ} 0$$

であるから，$x_n - \alpha > 0$ であれば，

$x_{n+1} - \alpha \boxed{コ} 0$ であり，$x_n - \alpha < 0$ であれば，$x_{n+1} - \alpha \boxed{サ} 0$ である。

$x_1 - \alpha$ $\boxed{\text{シ}}$ 0 であるので, すべての自然数 n に対し,

$$x_n \boxed{\text{ス}} \alpha \qquad \cdots\cdots\cdots ④$$

が成り立つ。

(4) ④より,

$$\boxed{\text{カ}} - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}(x_n + \alpha) \boxed{\text{セ}} \frac{2-\alpha}{2}$$

が成り立つので, ③と④より,

$$x_{n+1} - \alpha \boxed{\text{ソ}} \frac{2-\alpha}{2}(x_n - \alpha)$$

が成り立つ。ゆえに, $n \geqq 2$ では, 常に,

$$x_n - \alpha \boxed{\text{タ}} \left(\frac{2-\alpha}{2}\right)^{n-1}(x_1 - \alpha) \qquad \cdots ⑤$$

が成り立つ。

(5) ④と⑤より, はさみうちの原理から

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

数理 4 **数理工学科が志望学科 1 である受験者**のみ, **3** と **4** の代わりに, 数理 **3** と 数理 **4** を解答してもよい。

$f(x) = \dfrac{3x^2+6x+1}{(x+1)(3x^2+2x+1)}$ と定めるとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $f(x) = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{x+1} + \dfrac{\boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}}{3x^2+2x+1}$ となる。

(2) $\displaystyle\int_1^2 f(x)dx$ の値を求める。

$$\int_1^2 \frac{\boxed{\text{アイ}}}{x+1}dx = \log\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

$$\int_1^2 \frac{\boxed{\text{ウ}}x+\boxed{\text{エ}}}{3x^2+2x+1}dx = \log\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

となることから,

$\displaystyle\int_1^2 f(x)dx = \log\boxed{\text{コサ}} - \boxed{\text{シ}}\log\boxed{\text{ス}}$ となる。

ただし, $\boxed{\text{コサ}}$ および $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまる数は最小のものを答えよ。

また, log は自然対数とする。

■解答上の注意

1　問題文中の $\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ などには、特別な指示がない限り、数字（0～9）、符号（－）が入ります。ア、イ、ウ、……の1つ1つは、これらのいずれか1つに対応します。それらを解答用紙（B）のア、イ、ウ、……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{イウ}$ に－3と答えたいとき

イ	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	㊀	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

2　分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。また、符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

3　根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、$6\sqrt{2}$ と答えるところを、$3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

4　比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えなさい。例えば、4：3と答えるところを、8：6のように答えてはいけません。