数　学

1

(1) 2つの集合 A, B を,

$$A = \{x | x \text{ は正の偶数 }\}$$
$$B = \{6n | n = 1, 2, 3, \cdots\}$$

とする。このとき, 2 $\boxed{\text{ア}}$ A であり, $\{2\}$ $\boxed{\text{イ}}$ A であり, $\varnothing$ $\boxed{\text{ウ}}$ A,

A $\boxed{\text{エ}}$ $B = B$ である。ただし, $\varnothing$ は空集合とする。

$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ に適するものを, 次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $\in$　　① $\subset$　　② $\cup$　　③ $\cap$

(2) 次のデータについて, 平均値は $\boxed{\text{オカ}}$ であり, 分散の値は $\boxed{\text{キク}}$ である。

10　13　19　16　17

(3) 点 $(-1, 3)$ を中心とし, 直線 $y = x$ に接する円の方程式は,

$$\left(x + \boxed{\text{ケ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{コ}}\right)^2 = \boxed{\text{サ}}$$

である。

(4) 関数 $f(x) = -\cos^2 x - \sin x + 1$ の最大値は $\boxed{\text{シ}}$, 最小値は $-\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(5) 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 3n^2 - 5n$ で表される数列の一般項 a_n は $a_n = \boxed{\text{ソ}}\, n - \boxed{\text{タ}}$ である。

2

a を定数とする。

$$f(x) = x^2$$
$$g(x) = -(x-1)^2 + a$$

とし, $y = f(x)$ のグラフを C_1, $y = g(x)$ のグラフを C_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 の共有点を考える。$x^2 = -(x-1)^2 + a$ を解くと,

$$x = \frac{\boxed{ア} \pm \sqrt{\boxed{イ}a - \boxed{ウ}}}{2}$$

となる。したがって, $b = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ とすると, 共有点の個数は $a > b$ のとき 2 個, $a = b$ のとき 1 個, $a < b$ のとき 0 個となる。
ここで, $a = b$ のとき, C_1 と C_2 の共有点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}, \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} \right)$$

である。

(2) C_1 と C_2 が 2 つの共有点をもち, その 1 つの共有点の x 座標が 3 であるとき, $a = \boxed{コサ}$ である。また, もう 1 つの共有点の座標は

$$\left(\boxed{シス}, \boxed{セ} \right)$$

となる。さらに, $d = g(x) - f(x)$ とすると

$$d = -\boxed{ソ}x^2 + \boxed{タ}x + \boxed{チツ}$$
$$= -\boxed{テ}\left(x - \frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\right)^2 + \frac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネ}}$$

となるので, d は $x = \dfrac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{ヒフ}}{\boxed{ヘ}}$ をとる。

$\boxed{\mathbf{3}}$

$a,\ b$ を実数とし, $b>0$ とする。

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+a$$

とし, $y=f(x)$ のグラフを C とする。直線 $4x+y-27=0$ を ℓ, 直線 $-5x+y+b=0$ を m とする。さらに, 直線 ℓ はグラフ C 上の点 P における接線であり, 直線 m はグラフ C 上の点 Q における接線であり, 直線 ℓ と直線 m の交点を R とする。以下の問いに答えよ。

(1) $a=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$, $b=\boxed{\text{エ}}$ であり, 点 P, Q, R の座標はそれぞれ

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{オ}},\boxed{\text{カキ}}\right),\ \mathrm{Q}\left(\boxed{\text{ク}},\boxed{\text{ケコ}}\right),\ \mathrm{R}\left(\boxed{\text{サ}},\boxed{\text{シス}}\right)$$

である。

(2) $f(x)$ は, $x=\boxed{\text{セ}}$ で極大値 $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ をとり, $x=\boxed{\text{ツ}}$ で極小値 $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ をとる。

(3) 三角形 PQR の面積は $\boxed{\text{ニ}}$ であり, さらに, $\boxed{\text{オ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ク}}$ において, グラフ C, 直線 ℓ および直線 m で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

$\boxed{\textbf{4}}$

三角形 ABC において, 辺 AB の長さを 3, 辺 AC の長さを 4, $\angle\mathrm{BAC} = \theta$ とする。さらに, $\cos\theta = \dfrac{7}{8}$ であるとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり, 辺 BC の長さは $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であるので, 三角形 ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。点 A から辺 BC またはその延長に垂線 AH を下ろすと,

$\mathrm{AH} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(3) 線分 PQ が三角形 ABC の面積を二等分するように辺 AB 上に点 P, 辺 AC 上に点 Q をとる。さらに, 線分 PQ が辺 BC と平行であるとき,

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{AQ}} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

である。