

I 期 (学内)

令和 7 年度

**武蔵野大学大学院 工学研究科 数理工学専攻 入学試験問題  
(専門に関する筆記試験)**

問題 1 から問題 4 のすべての問題に解答せよ、解答用紙は問題ごとに 1 枚とし、  
それぞれに氏名・受験番号・問題番号を書くこと

1

以下の問いに答えよ。

(1) 次の不定積分を計算せよ。

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

(2) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \log(1+x)}$$

2

2次元極座標  $(\rho, \phi) : x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi$  について, 以下の問いに答えよ。

(1) 2次元座標  $x = x(\rho, \phi), y = y(\rho, \phi)$  に対して, 各々の全微分を求めよ。

(2)

$$J = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\rho, \phi)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \phi} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \phi} \end{vmatrix}$$

を求めよ。

(3) 次の積分を (2) のヤコビ行列式を用いて極座標系  $(\rho, \phi)$  の累次積分に書き直して, 計算せよ。

$$\iint_R \frac{dxdy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (R : a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2)$$

3

$a$  を実数とし, 行列  $A$  を

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ a & 9 & 4 \\ 0 & -18 & -8 \end{bmatrix}$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) 行列  $A$  が正則となる  $a$  の条件を求めよ。

以下では, 行列  $A$  は正則でないとする。

(2) 行列  $A$  の固有値を全て求めよ。

(3) 行列  $A$  が対角化可能か判定せよ。対角化できる場合は, 対角化に用いる正則行列を求めよ。

4

行列  $A$  を

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -4 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 行列  $A$  の階数 (ランク) を求めよ。
- (2) 行列  $A$  で定まる線形写像  $f_A$  の核  $\text{Ker} f_A$  の基底および次元を求めよ。
- (3) 行列  $A$  で定まる線形写像  $f_A$  の像  $\text{Im} f_A$  の基底および次元を求めよ。