数　学

$\boxed{1}$

(1) 三角形 ABC において, $\mathrm{AB}=3,\ \mathrm{BC}=5,\ \mathrm{CA}=7,\ \angle\mathrm{BAC}=A$ とする。このとき, $\cos A = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ であり, $\sin A = \dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。さらに, 三角形 ABC の外接円の半径の長さは $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(2) 事象 A が起こる確率は $\dfrac{3}{10}$, 事象 B が起こる確率は $\dfrac{3}{5}$ であり, 事象 A が起こったときの B が起こる条件付き確率は $\dfrac{4}{5}$ であるという。このとき, 事象 A と事象 B がともに起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ であり, 事象 B が起こったときの A が起こる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(3) 等式

$$\frac{x^2+x+1}{x^2(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x-1}$$

が x についての恒等式であるとき, $a=\boxed{\text{チツ}}$, $b=\boxed{\text{テト}}$, $c=\boxed{\text{ナ}}$ である。

(4) 方程式 $2^{3x+1}-7\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^x+4=0$ の解は $x=\boxed{\text{ニヌ}}$, $\boxed{\text{ネ}}$ である。

(5) $\overrightarrow{a}=(1,2)$, $\overrightarrow{b}=(-1,1)$ とする。$\overrightarrow{p}=(5,1)$ は
$\overrightarrow{p}=\boxed{\text{ノ}}\,\overrightarrow{a}-\boxed{\text{ハ}}\,\overrightarrow{b}$ となる。

2

数列 $\{a_n\}$ を初項 $a_1 = 19$, 公差 d である等差数列とし, 数列 $\{b_n\}$ を初項 $b_1 = 1$, 公比 r である等比数列とする。ただし, r は実数とする。また,

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k,\ T_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$$

とおき, m は $a_{m+1} = 5,\ S_{m+1} = 96$ を満たし, $9T_3 = 8T_6$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $m = \boxed{\text{ア}}$, $d = \boxed{\text{イウ}}$ である。また, S_n は $n = \boxed{\text{エオ}}$ のとき最大となり, その最大値は $\boxed{\text{カキク}}$ である。

(2) $T_6 = \left(r^3 + \boxed{\text{ケ}}\right) T_3$ であるので, $r = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。さらに p を定数とし, $U_n = p + T_n$ とおく。$p = \boxed{\text{シス}}$ であるならば, 数列 $\{U_n\}$ は等比数列となる。

(3)

$$V_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \cdot b_k$$

とする。このとき, $V_{19} = \boxed{\text{セソ}} + \boxed{\text{タチ}} \cdot \left(\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{19}$ となる。

3

<u>**数理工学科が志望学科1である受験者**</u>のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{\text{数理 3}}$ と $\boxed{\text{数理 4}}$ を解答してもよい。

a は実数とする。2 つの放物線 $C_1 : y = 2x^2 - 4ax + 6a^2 - 3a + 14$ と $C_2 : y = x^2 + 4x - 2$ について，以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 が異なる 2 つの共有点をもつ場合，a のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

となる。このとき，C_1 と C_2 の共有点の x 座標は

$$\boxed{\text{エ}}\,a + \boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{-\boxed{\text{カ}}\,a^2 + \boxed{\text{キク}}\,a - \boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

(2) C_1 と C_2 の共有点が 1 つであるとする。このとき，$a = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ または $a = \boxed{\text{ス}}$ である。$a = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ のとき，C_1 と C_2 の共有点の x 座標は $\boxed{\text{セ}}$ で，この共有点において C_1 と C_2 は直線 ℓ_1 に接し，直線 ℓ_1 の方程式は

$$y = \boxed{\text{ソタ}}\,x - \boxed{\text{チツ}}$$

である。また，$a = \boxed{\text{ス}}$ のとき，C_1 と C_2 の共有点の x 座標は $\boxed{\text{テト}}$ で，この共有点において C_1 と C_2 は直線 ℓ_2 に接し，直線 ℓ_2 の方程式は

$$y = \boxed{\text{ナニ}}\,x - \boxed{\text{ヌネノ}}$$

である。

(3) C_2 と (2) の ℓ_1 と ℓ_2 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ハヒフ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$ である。

$\boxed{\mathbf{4}}$

> **数理工学科が志望学科 1 である受験者**のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$ と $\boxed{\text{数理 }\mathbf{4}}$ を解答してもよい。

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。$f(\theta) = \sin^4\theta + \cos^4\theta - \sin\theta\cos\theta,\ t = \sin\theta + \cos\theta$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\sin\theta\cos\theta,\ \sin^4\theta + \cos^4\theta$ を t で表すと, それぞれ

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{t^{\boxed{ア}} - \boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$$

$$\sin^4\theta + \cos^4\theta = -\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}t^{\boxed{カ}} + t^{\boxed{キ}} + \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$$

であり, $f(\theta)$ を t で表すと,

$$f(\theta) = -\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}t^{\boxed{シ}} + \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}t^{\boxed{ソ}} + \boxed{タ}$$

である。

(2) $t = \sqrt{\boxed{チ}}\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{\boxed{ツ}}\right)$ より, t のとりうる値の範囲は,

$\boxed{テト} \leqq t \leqq \sqrt{\boxed{ナ}}$ であり, $f(\theta)$ は $\theta = \dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌネ}}\pi,\ \dfrac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒフ}}\pi$ で

最大値 $\dfrac{\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}$ をとる。

$\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$ 数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$ と $\boxed{\text{数理 }\mathbf{4}}$ を解答してもよい。

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -2\cos 2x - 8\sin x + 5$$

とし, $y = f(x)$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

(1) $t = \sin x$ とすると, $f(x) = \boxed{\text{ア}}\,t^2 - \boxed{\text{イ}}\,t + \boxed{\text{ウ}}$ となることから, $0 \leqq x \leqq 2\pi$ における方程式 $f(x) = 0$ の解は, 小さいほうから順に,

$$x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi,\ \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$$

となる。

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ において, 関数 $f(x)$ は, $x = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ で極大値 $\boxed{\text{コサ}}$ をとり, $x = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ で極小値 $\boxed{\text{セソ}}$ をとる。

(3) $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$ において, グラフ C および x 軸によって囲まれた部分の面積 S は,

$$S = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} - \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}\pi$$

となる。

$\boxed{数理 4}$

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{数理 \mathbf{3}}$ と $\boxed{数理 \mathbf{4}}$ を解答してもよい。

方程式 $|z-2|=2|z+1|$ を満たす複素数平面上の点 z を考える。以下の問いに答えよ。

(1) 点 z 全体が表す複素数平面上の図形を求める。方程式の両辺を 2 乗すると

$$|z-2|^2=4|z+1|^2$$

となる。よって,

$$z\overline{z}+\boxed{\text{ア}}(z+\overline{z})=0$$

となる。したがって,

$$\left|z+\boxed{\text{イ}}\right|=\boxed{\text{ウ}}$$

となる。以上から, 点 z 全体が表す図形は点 $\boxed{\text{エオ}}$ を中心とする半径 $\boxed{\text{カ}}$ の円である。

(2) $w=\dfrac{2}{z+2}$ とおき, 点 w 全体が表す図形を求める。$z=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{w}-\boxed{\text{ク}}$ より, $|w|=\boxed{\text{ケ}}$ が成り立つ。したがって, 点 w 全体が表す図形は点 $\boxed{\text{コ}}$ を中心とする半径 $\boxed{\text{サ}}$ の円である。