

万華鏡のずれを探る

福岡県立城南高等学校 物理部
原 幸子 船津 実里

1. 研究の要約

四角柱型万華鏡において反射によって映る像が中心にむかってズレが生じていることに着目し、そのズレが反射の回数・万華鏡と被映体の距離と関係しているのではないかと考えた。

そこで、反射の回数・万華鏡と被映体の距離と万華鏡に映る像のズレがどのように関係しているのか、関連性を数式に表し、理論値を算出。

また、実際に万華鏡を用いて実験を行い、実験によって得た実測を数式に代入・グラフ化し、理論値と比較。考察した数式どおりにズレが生じているかを検証した。

2. 研究の動機と目的

万華鏡を覗くと映っている像が少しずつずれていることに気づいた。

その像のずれと鏡の反射が関係しているのではないかと考え、両者の関係性の考察を行うことにした。

3. 方法

3. 1 手順

- 1 万華鏡の作成
- 2 万華鏡と印の位置を変えて写真を撮影する。
- 3 万華鏡のずれの理論値を出す。 ⇒計算値
- 4 実際の万華鏡のずれを測定する。 ⇒実測
- 5 計算値と実測のずれを出し、研究のずれを示して考える。

3. 2 実験材料

塩化ビニルミラー、ビニルテープ、カッター、デジタルカメラ、定規

3. 3 万華鏡のずれの理論計算

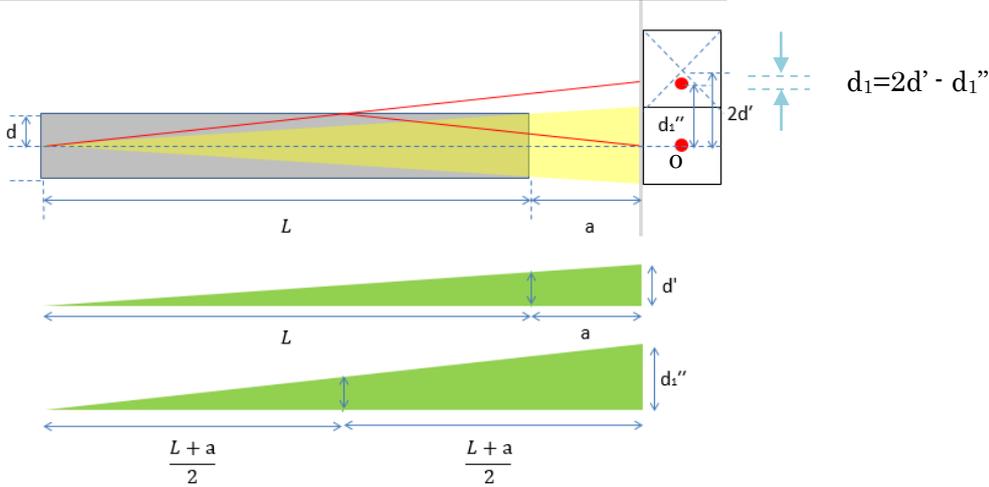
下図中の記号を以下のように定義する。

- L : 万華鏡の長さ
- d : 万華鏡の一辺の長さ
- a : 万華鏡と印の距離
- d_1'' : 中央の位置0の、1回反射における像の位置
- d_2'' : 中央の位置0の、2回反射における像の位置
- d_3'' : 中央の位置0の、3回反射における像の位置

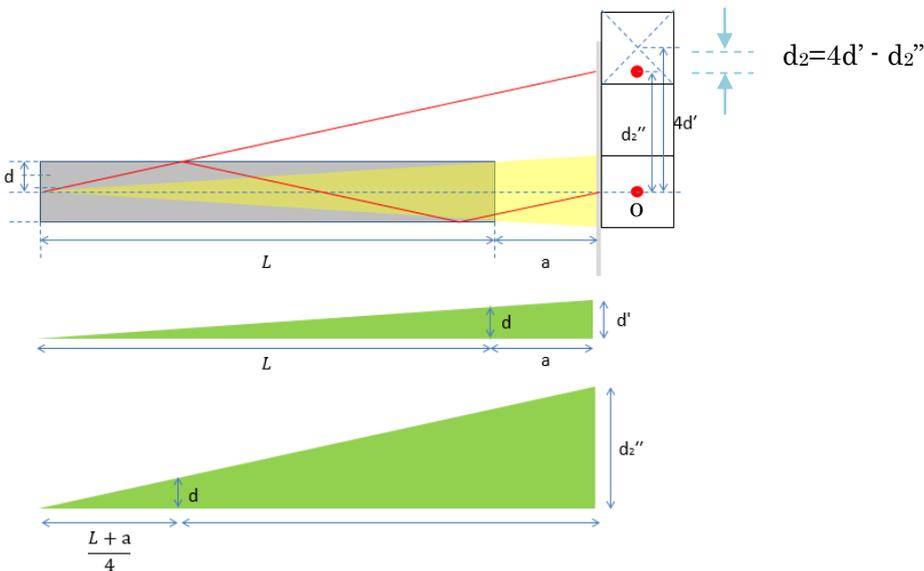
- d' : 写真上の1マスの半分の長さ
- d_1 : 中央の位置0の、1回反射におけるずれの大きさ
- d_2 : 中央の位置0の、2回反射におけるずれの大きさ
- d_3 : 中央の位置0の、3回反射におけるずれの大きさ

万華鏡の光の道筋をモデル化したとき、次のような相似関係があることが分かった。

1 回反射のときの万華鏡の光の道筋と現れる相似関係



2 回反射のときの万華鏡の光の道筋と現れる相似関係



したがって、以下の関係が成り立つ

① $d' : d = L + a : L$ より $d' = \frac{d(L+a)}{L}$

② $d_1'' : d = L + a : \frac{L+a}{2}$ より $d_1'' = 2d$

③ $d_2'' : d = L + a : \frac{L+a}{4}$ より $d_2'' = 4d$

④ $d_3'' : d = L + a : \frac{L+a}{6}$ より $d_3'' = 6d$

$d_1 = 2d' - d_1''$ なので ①②を代入して $d_1 = \frac{2da}{L}$

$d_2 = 4d' - d_2''$ なので ①③を代入して $d_2 = \frac{4da}{L}$

$d_3 = 6d' - d_3''$ なので ①④を代入して $d_3 = \frac{6da}{L}$

4. 結果と考察

結果

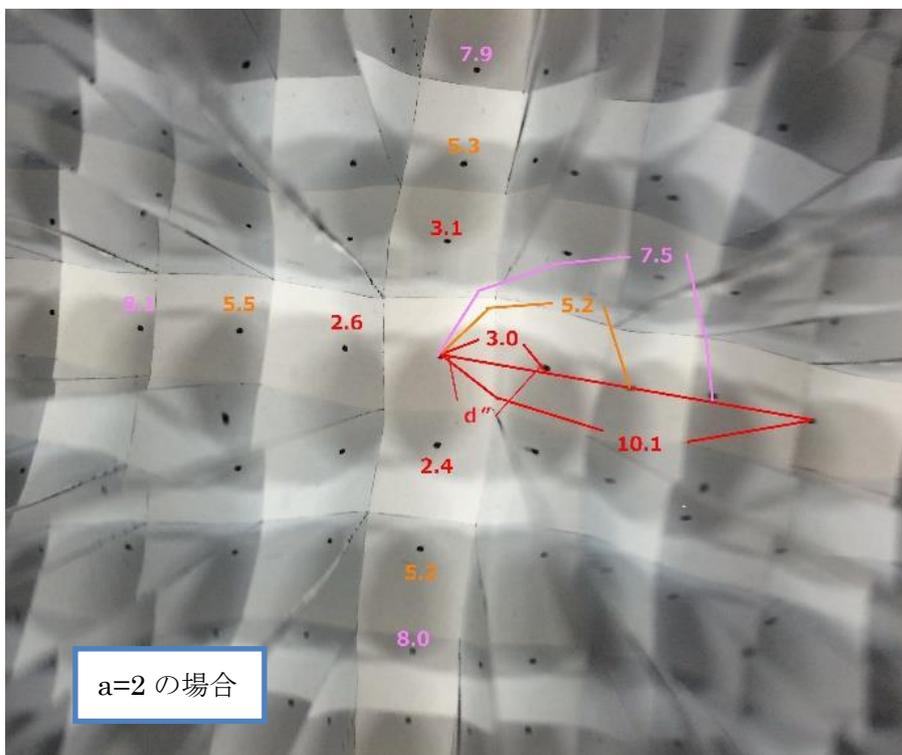
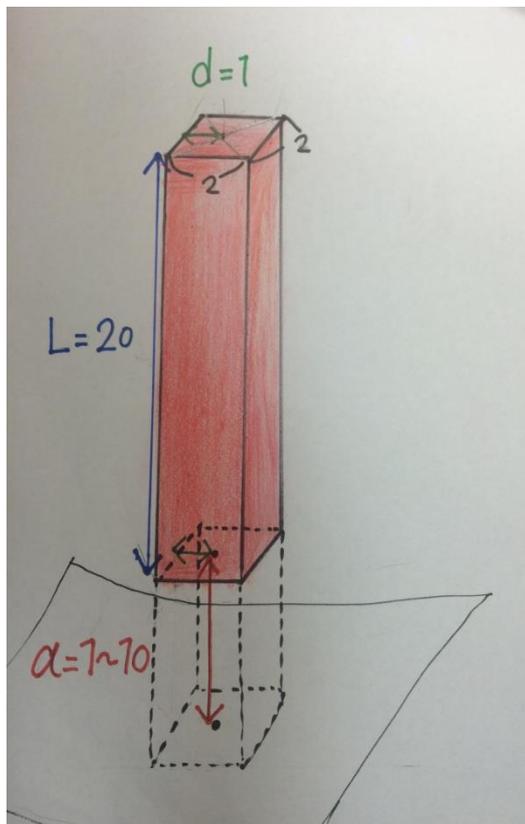
<実験に用いた値>

$$L = 20[\text{cm}]$$

$$d = 1[\text{cm}]$$

$$a = 1, 2, 3 \dots 10[\text{cm}]$$

↓ 中心からの4方向を1回反射と考え、中心からの距離の平均を d'' とする。



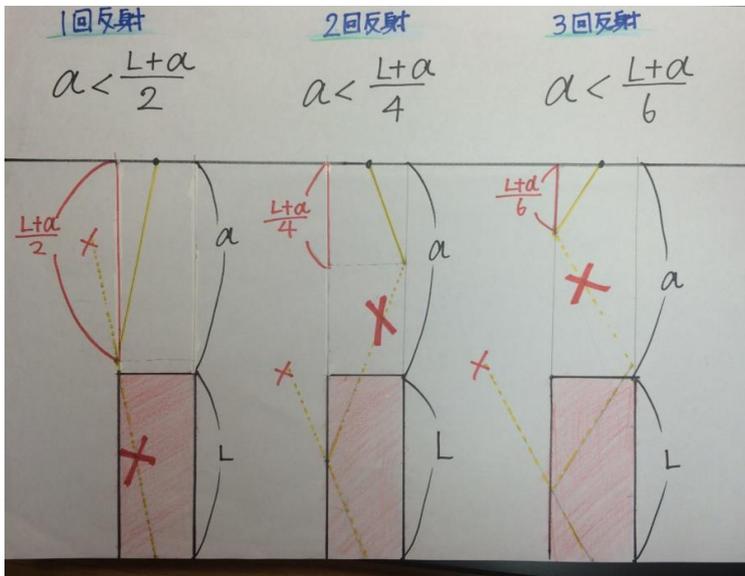
<aの範囲>

$$d_1 \text{ のとき } a < \frac{L+a}{2} \text{ より } a < L \dots \textcircled{1}$$

$$d_2 \text{ のとき } a < \frac{L+a}{4} \text{ より } a < \frac{L}{3} \dots \textcircled{2}$$

$$d_3 \text{ のとき } a < \frac{L+a}{6} \text{ より } a < \frac{L}{5} \dots \textcircled{3}$$

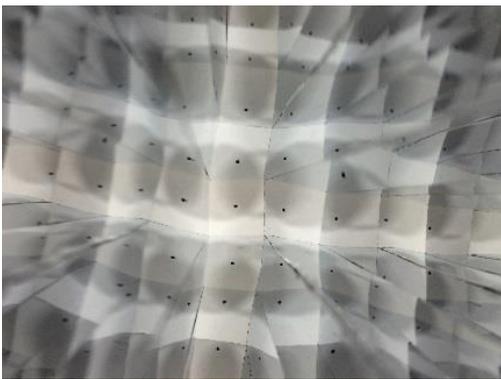
以上より、 d_1 のとき ①を、 d_2 のとき ②を、 d_3 のとき ③を満たさないとき、解なし。よって像は映らない。



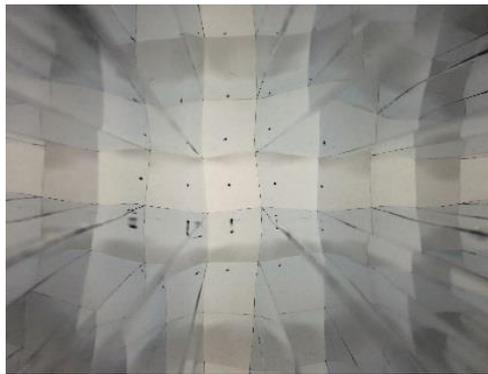
上図は万華鏡の光の道筋の関係を表している。(光は入射角と屈折角が等しいため、1回反射のときは、 $\frac{L+a}{2}$ で屈折するが、その地点に万華鏡がない= $a < \frac{L+a}{2}$ を満たさないと屈折できないので光は直進し、像をつくらない。2回反射のときは $\frac{L+a}{4}$ の地点で屈折するが、同様に $a < \frac{L+a}{4}$ を満たさないと像を作らない。)

<撮影した写真>

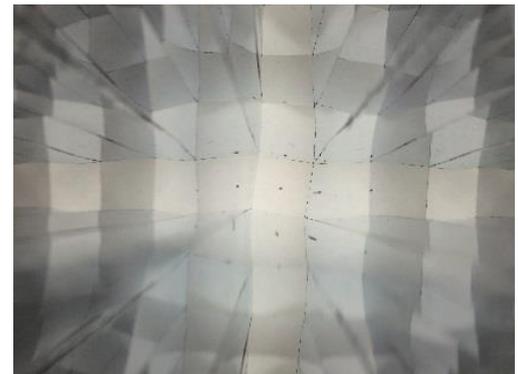
a=2



a=4



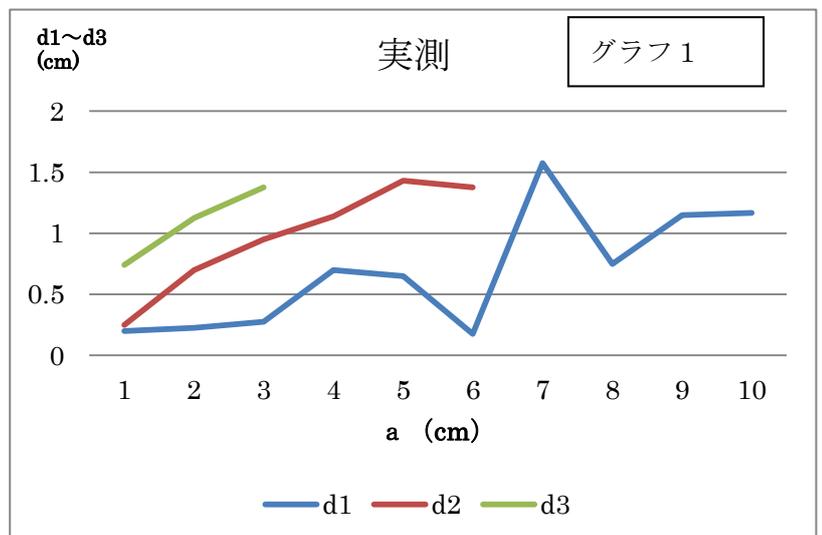
a=6



以上の写真と関係式により求めた実測と計算値は表のようになった。これをグラフ化する。

実測

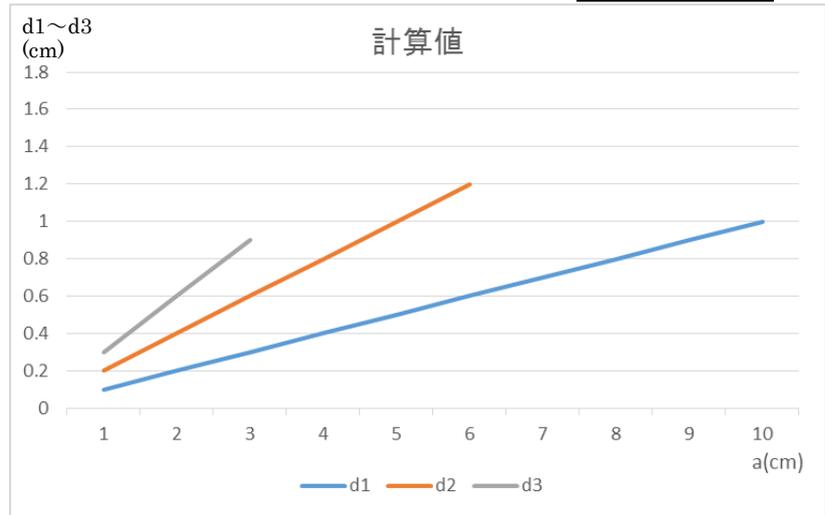
a[cm]	d ₁ [cm]	d ₂ [cm]	d ₃ [cm]
1	0.2	0.25	0.74
2	0.225	0.7	1.125
3	0.275	0.95	1.375
4	0.7	1.139	X
5	0.65	1.431	X
6	0.175	1.375	X
7	1.575	X	X
8	0.75	X	X
9	1.15	X	X
10	1.167	X	X



計算値

a[cm]	d ₁ [cm]	d ₂ [cm]	d ₃ [cm]
1	0.1	0.2	0.3
2	0.2	0.4	0.6
3	0.3	0.6	0.9
4	0.4	0.8	X
5	0.5	1	X
6	0.6	1.2	X
7	0.7	X	X
8	0.8	X	X
9	0.9	X	X
10	1	X	X

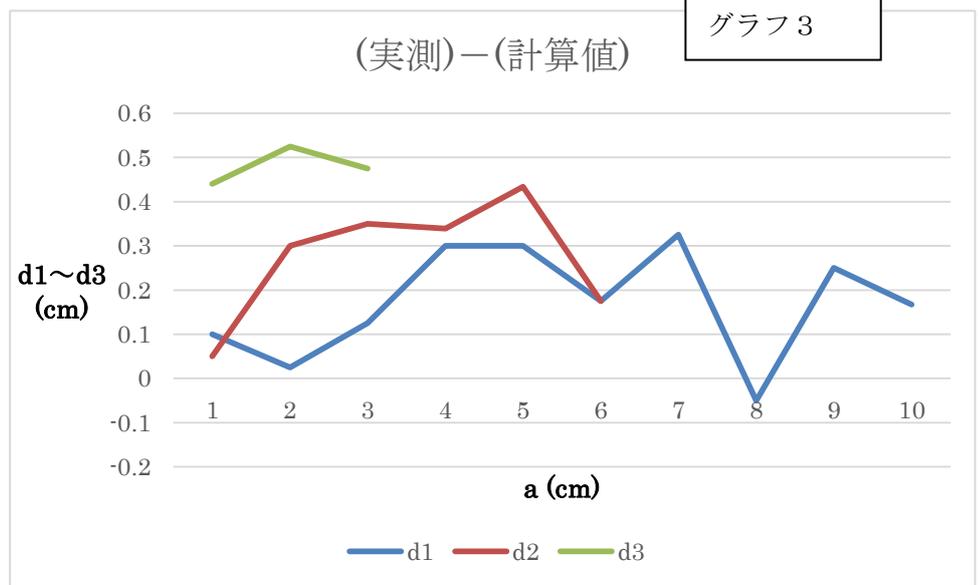
グラフ 2



計算値と実測を比較するために、実測－計算値をして、研究のずれを示す。

a[cm]	d ₁ [cm]	d ₂ [cm]	d ₃ [cm]
1	0.1	0.05	0.44
2	0.025	0.3	0.525
3	0.125	0.35	0.475
4	0.3	0.339	X
5	0.3	0.434	X
6	0.175	0.175	X
7	0.325	X	X
8	-0.05	X	X
9	0.25	X	X
10	0.167	X	X

グラフ 3



考察

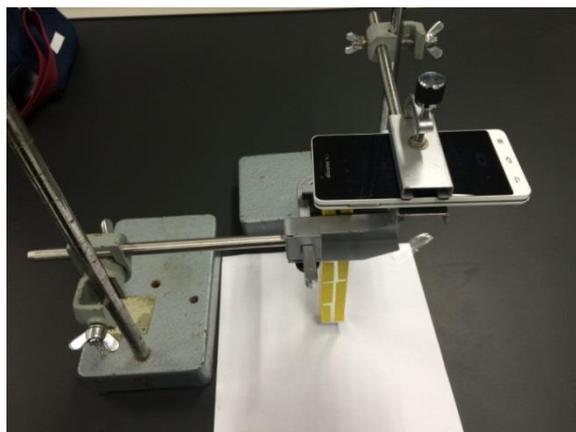
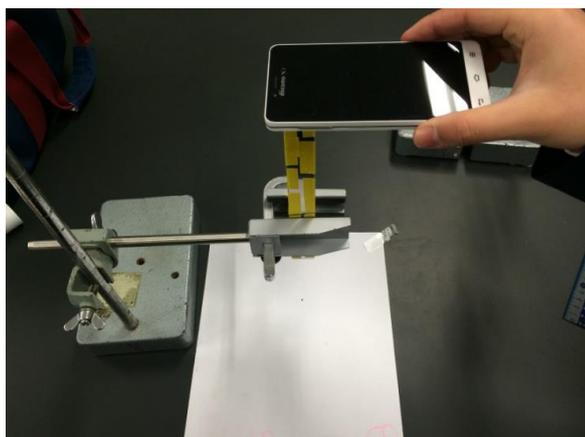
- ・ グラフ 1、2 よりグラフの傾きは、それぞれほぼ一緒。
- ・ 作った正方形の角が 90° ぴったりにならなかったため、マスのラインが直線状にならなかったと思われる。
- ・ カメラと印と万華鏡が平行でなく、傾いていたため d' の値にずれが生じたと考えられる。
- ・ グラフ 3 より、(実測) - (計算値) の値は反射回数が大きくなるほど、大きくなる

私たちは色々な先生方からアドバイスや改善点のご指導をいただいた。ご指導の中で、「実験装置に不備がある（カメラと印と万華鏡が平行でなく、傾いていた）ことを改善しなければ、よい結果が数値として出ずに、これからの展望に繋がらないのではないか、というものがあつた。よって、私たちはまず実験装置の改善を行った。

<実験装置の改善>

以前の实验装置・・・カメラを手で持っていたためカメラと印と万華鏡が平行にならなかった。

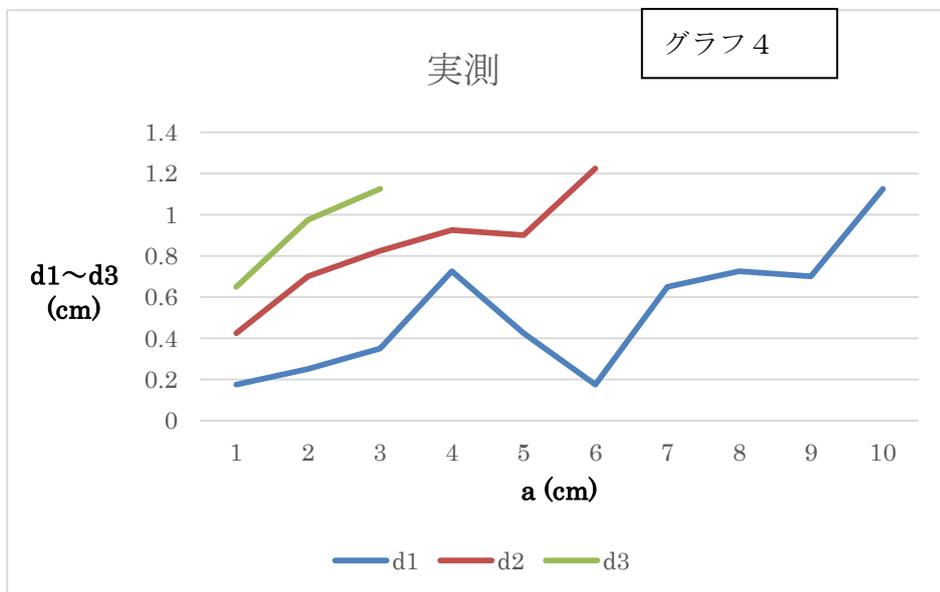
改善後の实验装置・・・カメラ、万華鏡のどちらもスタンドで固定したため、平行に近づいた。



实验装置改善後、写真を撮り直し、実測を求めて (実測) - (計算値)、研究のずれを再び求める。

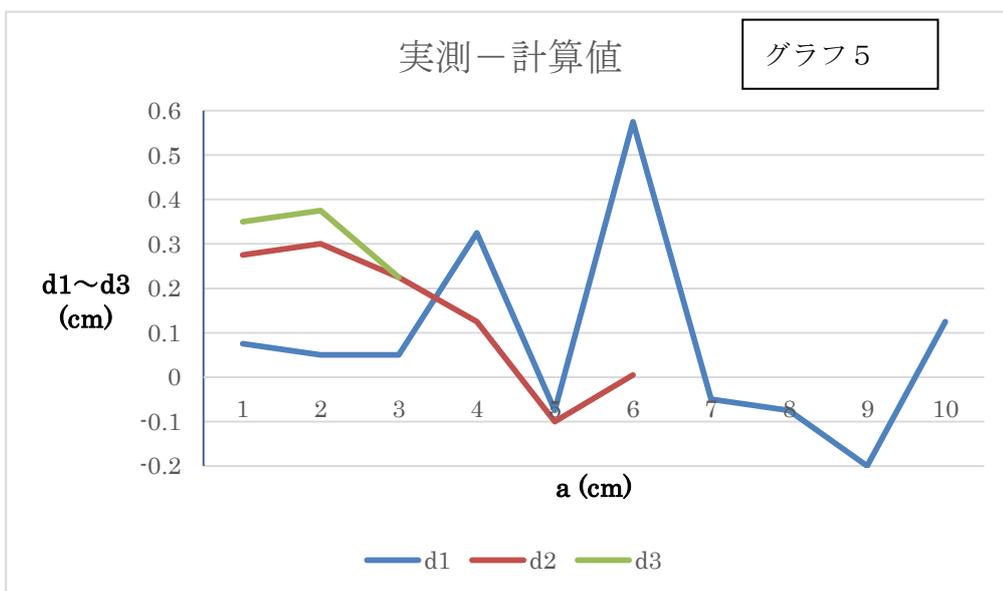
実測

a[cm]	d ₁ [cm]	d ₂ [cm]	d ₃ [cm]
1	0.175	0.425	0.65
2	0.25	0.7	0.975
3	0.35	0.825	1.125
4	0.725	0.925	X
5	0.425	0.9	X
6	0.175	1.225	X
7	0.65	X	X
8	0.725	X	X
9	0.7	X	X
10	1.125	X	X



(実測) - (計算値)

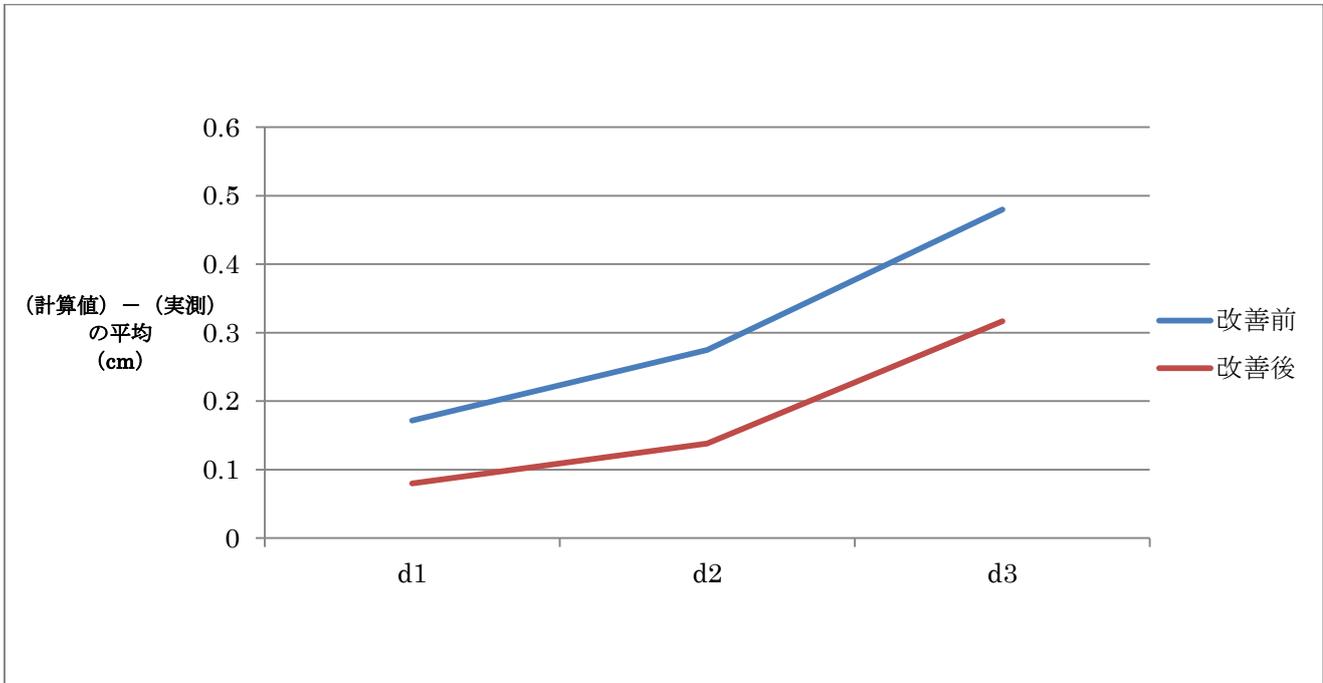
a[cm]	d ₁ [cm]	d ₂ [cm]	d ₃ [cm]
1	0.075	0.275	0.35
2	0.05	0.3	0.375
3	0.05	0.225	0.225
4	0.325	0.125	X
5	-0.075	-0.1	X
6	0.575	0.005	X
7	-0.05	X	X
8	-0.075	X	X
9	-0.2	X	X
10	0.125	X	X



(実験装置改善後の結果を踏まえた考察)

・実験装置改善により、研究のずれが小さくなったことから、さらに改善することで、理論上無いはずである、計算値と実測のずれがなくなると考えられる。

・グラフ3とグラフ5を比較すると、研究のずれは実験装置改善前に比べ、後の方が小さいことが分かる。わかりやすく、改善前と後の、それぞれ d1~d3 の値の平均を出してグラフで表すと下のようになる。



5. 結論と今後の課題及び感想

誤差はあるが実測が、理論値と同じような傾きになっていることが分かった。つまり、反射の回数が多くなるにつれてズレの大きさが大きくなる。また、万華鏡と印の距離が長くなるにつれて、見える印の範囲が狭まっている。

以上より、今回使用した数式は正しく、実物の万華鏡でもあてはめることが出来た。

今後の課題としては、

- ・「全角 90 度」「対辺がそれぞれ平行」な正方形の底面を持った万華鏡の製作を行う
- ・斜め方向に関してもズレの法則を見つける
- ・正方形以外の万華鏡の研究（三角形、台形、円、立方体）

があげられる。

今回の研究で高校 1 学年のうちから物理分野への探求心がわいたので、これからは日常生活に応用できるような物理の研究も行っていきたいと思う。