

# トンボの翅脈にはなぜボロノイ構造が現れるのか

広島大学附属高等学校 3年  
中河 友里 濱野 彩音 山田 瑞季

## 1. 研究の要約

トンボの翅脈におけるボロノイ構造のもつ利点を解明することを目的とし、ボロノイ図との類似性と相違性に注目して考察し、特徴を数値化することで、どの程度ボロノイ図の利点が表れているのか調べた。その結果、トンボの種目や翅内の位置によってボロノイ構造に特徴があることが分かった。また、いかに効率良く体液を張り巡らせ、かつ翅の強度を上げることを可能にしているかを考察することが出来た。

## 2. 研究の動機と目的

自然の中には、美しい幾何学模様を描く植物や動物が多数存在している。しかし、如何にしてそれが出来たのか、どのような機能を果たしているのかは未だほとんど解明されておらず、謎が多い。今回研究を行ったトンボもその一つであり、トンボの翅脈はボロノイ図を描いているといわれている[1]。トンボは動物界節足動物門昆虫綱トンボ目に分類される。その中でムカシトンボ類を含む均不均翅亜目、イトトンボ類を含む均翅亜目、ヤンマ類を含む不均翅亜目の三亜目に分かれるが、ほとんどは後者二つのどちらかに大別される。昆虫の翅には、キチン膜で構成され血管や神経を通すために中が空洞の筋になっている翅脈(しみやく)という構造がある。またボロノイ図とは、平面上にいくつかの点が配置されているとき、その平面内の点を、どの点に最も近いかによって分割してできる図のことであり、最近傍検索や校区の設定などに用いられる。以下にその作り方を示す[2] (図1)。

- ① 平面上にいくつかの点をとる。このとき配置された点のことを母点と呼ぶ。
- ② 図1の点と点を線で結ぶ。
- ③ ②で出来た三角形の各辺の垂直二等分線をつなぐ。
- ④ 最初に引いた線を消す。

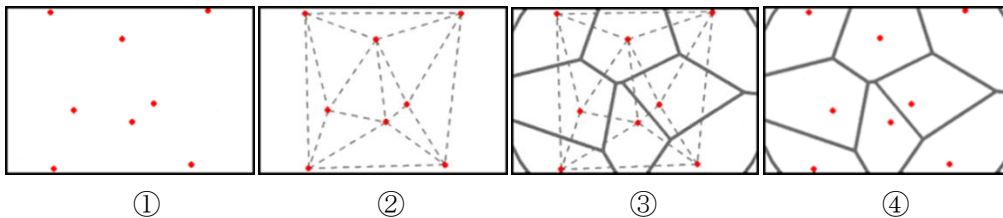


図1 ボロノイ図の作図方法

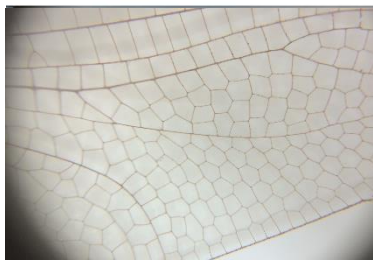


図2 トンボの翅にみられるボロノイ構造

図2はトンボの翅の写真であり、翅脈の様子がボロノイ図に似た模様になっていることが見て取れる。トンボの翅の構造は原始的であり、古生代には原始的な大型トンボであるメガネウラが生息していた。均不均翅亜目には、約1500万年前から生息し、生きている化石と言われるムカシトンボも存在する。このように

長い間姿をあまり変えず生存してきたトンボで翅脈に現れるボロノイ構造は、生存の上で翅の強度や体液の伝搬効率の向上に作用しているのではないかと考えた。しかし、その仕組みについてはあまり知られていない。そこで、翅脈のボロノイ構造の利点を解明することを目的として研究を始めた。

## 3. 方法・結果と考察

### 1. 予備実験

まずトンボの翅におけるボロノイ図の特徴を調べるため、いくつかのトンボの標本の写真を元にMicrosoft Word を用いて写真の翅脈の上に直線を復元し、図形データを作成した(図3)。使用したトンボはど

れも不均翅亜目のトンボであった。以下不均翅亜目の翅脈の構造をトンボボロノイ、均翅亜目の翅脈の構造をモノサシボロノイとする。個体差を考慮して、異なる3匹の翅脈のデータを使用した(以下トンボボロノイ1. 2. 3とする)。また、一定の面積の正方形内に乱数を用いて母点の座標を設定し、母点数を変更してボロノイ図を作図した(これを乱数ボロノイとよぶ)(図4)。作図にあたっては Interactive Voronoi Diagram Generator with WebGL(<http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html>) を用いた。

さらに、作図ソフト Cabri を用いて、様々な多角形による平面充填を作図し(図5)、これら3種類の図形の比較を行った。

条件を揃えるために、トンボの翅脈の中である程度まとまりのある部分に存在する50個の領域を取り、面積の値が同じになる倍率で比較した。そのため、長さを表す数値は全て2乗値を算出して比較した。

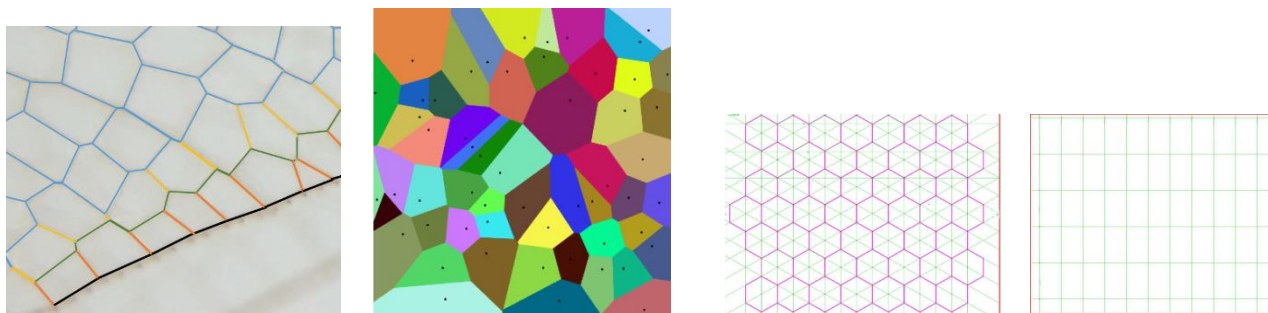


図3 トンボボロノイ

図4 乱数ボロノイ

図5 様々な多角形充填

比較した項目は、辺の長さの2乗値の合計 $[d^2]$ と外接円の半径の2乗値の平均 $[r^2]$ である。外接円とは、一つの領域を含むことのできる半径が最小の円のこととした。 $[d^2]$ の値が小さいほど一定面積に境界となる線分や翅脈を配置する効率が良く、 $[r^2]$ の値が小さいほど強度が大きいのではないかと考えた。

仮説: ボロノイ図となっている図形充填とトンボボロノイは、他の図形に比べて $[d^2]$ と $[r^2]$ の値が小さいのではないか。また、トンボボロノイの母点の配置はゆるやかな規則性を持っているため、ボロノイ図の範囲ではどちらの値も

$$\text{乱数ボロノイ} > \text{トンボボロノイ} > \text{多角形充填}$$

となっているのではないか。

結果:

表1 様々な図形の $[d^2]$ と $[r^2]$

図形	辺の長さ $[d^2]$	平均 $[d^2]$	円の半径 $[r^2]$	平均 $[r^2]$
正三角形	3911	2994	15	16
正方形	2300		10	
正六角形	1350		8	
長方形①	2800		13	
長方形②	3700		33	
平行四辺形①	3350		20	
平行四辺形②	5053		29	
ひし形①	2629		17	
ひし形②	2910		8	
五角形充填	1934		11	
とんぼ①	1587	1582	10	10
とんぼ②	1710		10	
とんぼ③	1449		10	
乱数①	2142	2267	14	14
乱数②	2239		14	
乱数③	2419		13	

表1は様々な図形充填の $[d^2]$ と $[r^2]$ の値の比較を示している。

青色の項目は多角形充填、白色の項目はトンボボロノイ、緑色の項目は乱数ボロノイを示す。

- ・正六角形の充填がどちらの値も一番小さい。
- ・トンボボロノイは $[d^2]$ と $[r^2]$ の値のどちらも乱数ボロノイよりは小さかったが、多角形充填と比較するとはっきりとした関係性は見られなかった。
- ・ $[r^2]$ の値はボロノイ図か否かとの関係性が低い。

考察： $[d^2]$ の値から、辺の長さの最小化の面でボロノイ図の中でも正六角形は特に優れている。これらのことから、私たちはトンボの翅脈が正六角形ではないのは、これらの面以外に利点を持っているからではないか、と予想した。

この結果をもとに、正六角形充填に加え、乱数ボロノイ、そして翅脈の形状に大きく違いがあり、モノサシトンボを含む均翅亜目のトンボの翅のボロノイ構造（以下モノサシボロノイと呼ぶ）とトンボボロノイについて、それぞれ以下のような仮説を立てて比較することで、より具体的な特徴を調べた。

#### ① 正六角形とトンボボロノイ

仮説：トンボボロノイは正六角形充填に比べて強度が低いのではないか。

#### ② 乱数ボロノイとトンボボロノイ

仮説：トンボボロノイのもととなる母点にはある程度の規則性があるのではないか。

#### ③ モノサシボロノイとトンボボロノイ

仮説：モノサシボロノイに比べてトンボボロノイは強度が高く、大きな個体を支えるのに有利なのではないか。

次節以降では、これらの仮説をもとに行った3つの実験とその結果について述べる。

## 2. 正六角形充填とトンボボロノイ

正六角形充填は、特にハニカム構造と呼ばれ、自然界でもハチの巣などに見られる（図6）。ハニカム構造が強度の点で優れている理由としては、他の平面充填のできる正多角形である正三角形・正方形よりも円に近い為、一方向からの衝撃をより分散させることができるといわれている。

しかし、トンボは飛行時に付け根の筋肉を動かすことで翅をしならせて飛行する。また、トンボの飛行の様子を実際に観察したところ、先端部の翅の方がよくしなっていた。そのため、私たちは強度の高すぎるハニカム構造では十分に翅がしならず、かえって飛行するのが難しいのではないかと考えた。また、先端部の翅脈の方がよりしなりやすい構造になっていると考えた。そこで私たちは、様々な多角形をもつトンボボロノイと正六角形充填を比較するため、次のような仮説を立てた。



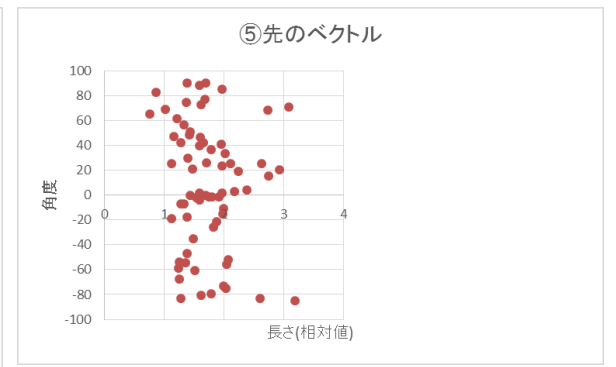
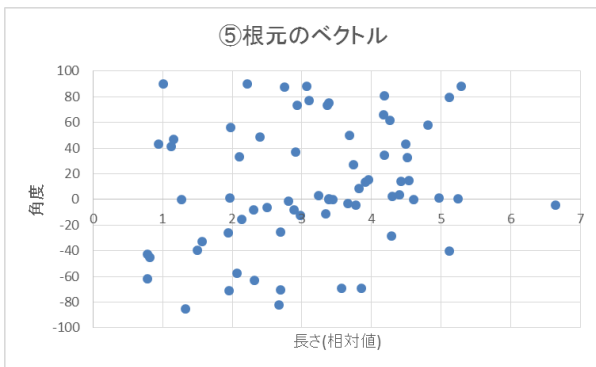
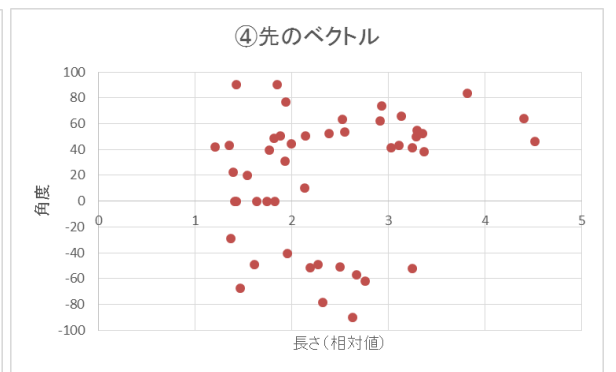
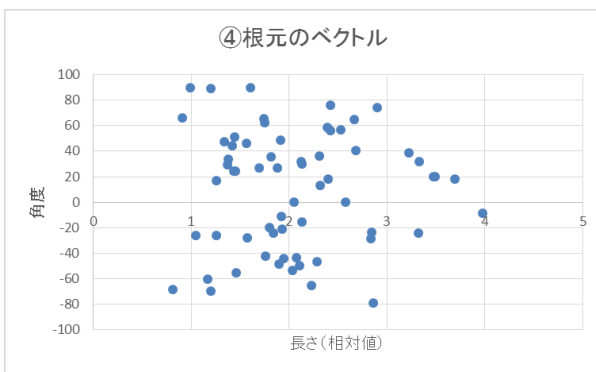
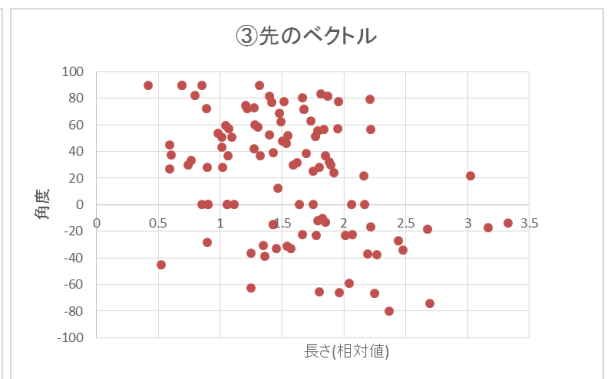
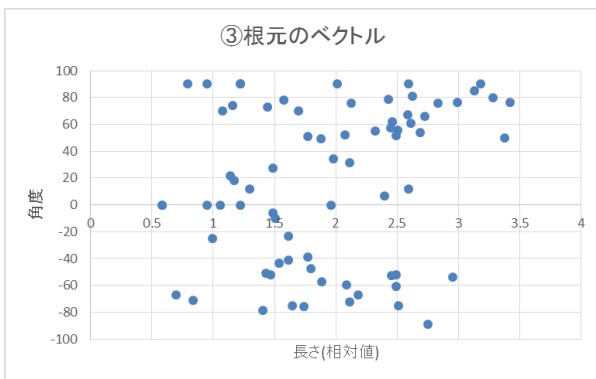
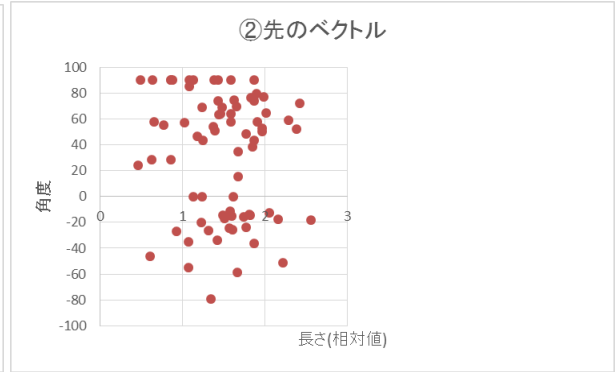
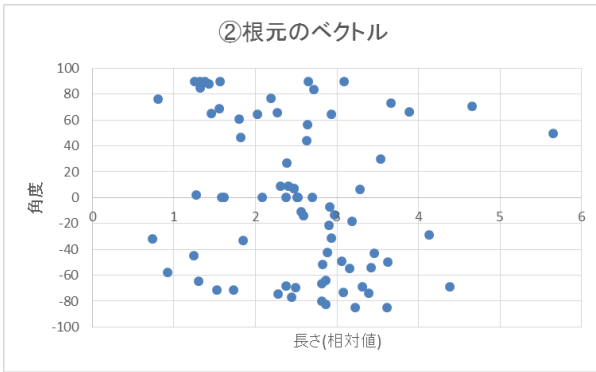
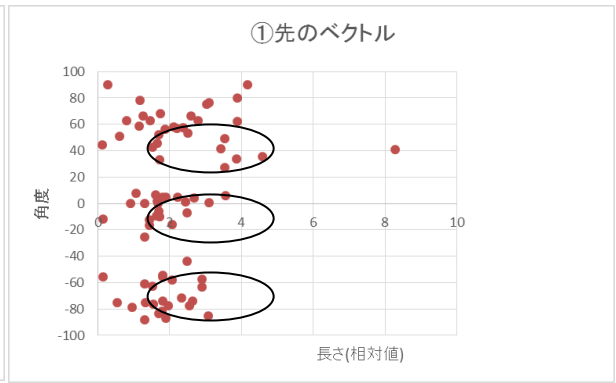
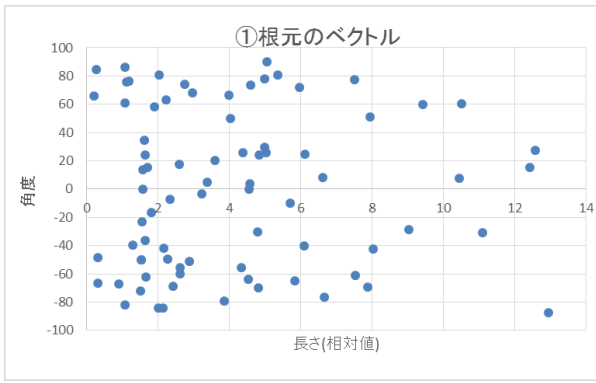
図6 ミツバチの巣[5]

仮説：翅脈のような骨組み構造において、各辺の大きさと角度はその方向に対する強度と関係性があるのではないか。そのため、正六角形充填は各辺を3つのベクトルとして分けることができるので、その和をとるとほぼ零ベクトルに近くなり、どんな方向の衝撃にも同程度の強度を持つのではないか。

方法：飛行する時によくしなる先端側とあまりしならない付け根側の翅脈の図形について、それぞれの一辺のベクトルの向きと大きさを数値化し、集計する。このとき翅脈のベクトルの向きは、水平な直線に一辺の左側の端を乗せ、その直線とのなす小さい方の角度( $-90^\circ \sim 90^\circ$ )を考える。また、領域数は全て20とした。

予想：個体にかかわらず、付け根側の翅の方が先端よりも強度が高いため、根元側のベクトルの向きは翅の先端方向へと集中しており、先のベクトルは方向にばらつきが見られるのではないか。

結果：



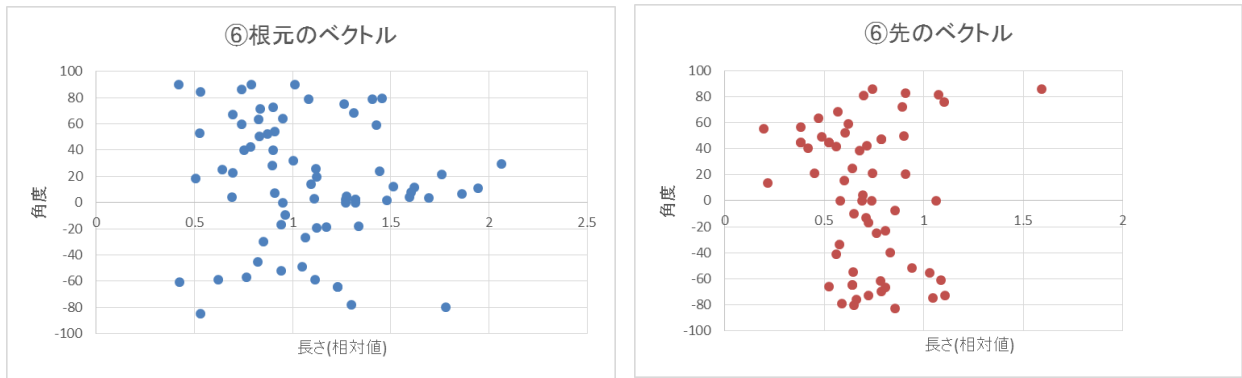


図7 翅内でのベクトル比較

図7は翅の根元側または先の翅脈の長さや角度を個体ごとに相対的に示している。一個体ごとに散布図を横に並べて配置している。予想とは異なり、どちらのベクトルも個体差が大きく表れた。一部の個体では先のベクトルの角度が  $60^\circ$ 、 $0^\circ$ 、 $-80^\circ$  付近などに集中し、大きさもばらつきが小さいという傾向が見られた。しかし、根元のベクトルはどの個体も一定の傾向が見られなかった。

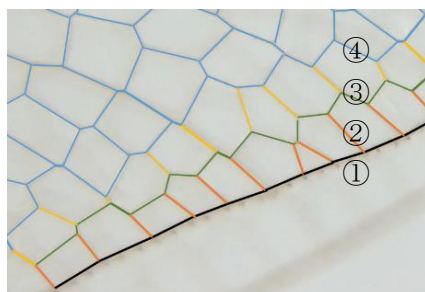
また、一辺の長さは根元部分の方が長い個体が多いことも明らかになった。

考察： 翅脈の太い脈はどのトンボも共通して存在するが、細い脈の構造は個体によって違いがあるため、辺のベクトルに一定の傾向が見られにくいと考えられる。また先端部の翅脈において、太い脈はあまり存在しないが、似たような多角形充填となっている箇所が存在するため、角度と大きさにまとまりのあるデータが見られたのではないかと考えた。

### 3. 乱数ポロノイとトンボポロノイ

ポロノイ図の母点がある線上にあるとき、そのポロノイ境界の傾きも母点が並ぶその線の傾きの変化に合わせて一定に変化する。よって、連続した領域の間に存在する境界の傾きを調べることで、そのポロノイ図の母点の並び方の規則性の強さを判定することができるのではないかと考えた。

方法： 翅の縁となる翅脈（図8の黒色）を横向き、その縁に向かって突き出す翅脈（図8の橙色）を縦向きとしてとらえる。また、1番外の縦の翅脈（図8の橙色）を最短でつなげることのできる翅脈を2番目に外の横の翅脈としてとらえ、その翅脈に向かって突き出す翅脈（図8の黄色）を2番目に外の縦の翅脈とする。そして端から順に、向かい合う縦の翅脈の角度の差を集計し、そのばらつきを標準偏差として数値化する。



- |   |               |
|---|---------------|
| ① | 縁となる翅脈（黒色）    |
| ② | 1番外の縦の辺（橙色）   |
| ③ | 2番外に外の横の辺（緑色） |
| ④ | 2番目に外の縦の辺（黄色） |

図8

予想： 翅の内部側の領域になるほど母点の配置が規則的ではなくなるため、標準偏差の値が大きくなるのではないかと考えた。

結果：

表2 向かい合う辺の角度の差

	一番外	二番目		
トンボボロノイ①	9.3	12.7	乱数ボロノイ 1	71.5
トンボボロノイ②	10.3	20.5	乱数ボロノイ 2	53.8
トンボボロノイ③	9.3	14.4	乱数ボロノイ 3	20.3
平均値	9.6	15.9	平均値	48.5

表2はトンボボロノイの1番目と2番目の縦の辺と、乱数ボロノイの向かい合う辺の角度の差の標準偏差を示している。予想と同じく、翅の2番目に外部側の領域は一番外部側の領域に比べて、向かい合う辺同士の角度の標準偏差が大きかった。また、得られた角度のばらつきをもとに、実際に Geogebra を用いて境界のパターンを作図した (図9)。緑色の線が1番外側、ピンクの線が2番目に外側の翅脈のシミュレーションである。母点とした点の縦の座標の揺れ幅が約2倍になっている。

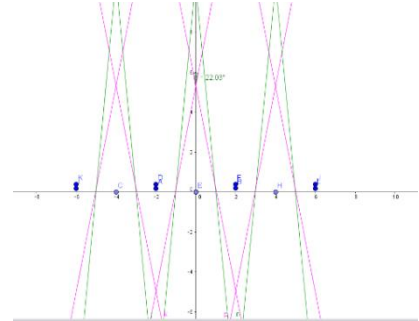


図9 トンボボロノイのシミュレーション

考察：トンボボロノイは、乱数ボロノイと比較して明らかに翅の縁に合わせて規則的に領域が連続しているといえる。

#### 4. モノサシトンボとトンボボロノイ

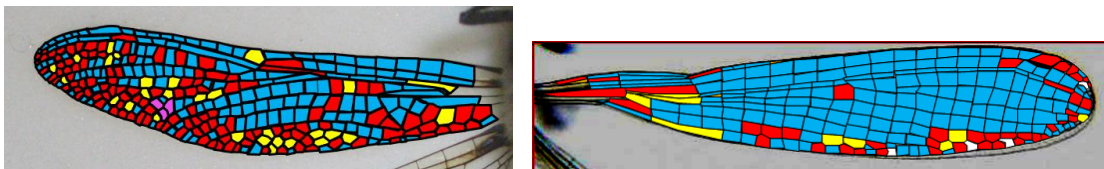
トンボボロノイの元とした不均翅亜目のトンボの翅は、もう一つのモノサシトンボなどが属するトンボ科均翅亜目の翅と比べると、翅脈の特徴が大きく違う。また、不均翅亜目のものは体つきが太くがっしりしていて、腹部は先端部が太くなっているものが多い。また、成虫の飛翔力は強力で、なかには長時間飛び続けるものもある。一方、均翅亜目は一般に細長い体つきをしていて、おおむね飛翔力は強くなく、飛んでいるよりも止まっていることの方が多い。[3]

よってこれらの二亜目の翅脈の特徴には違いが見られるのではないかと仮定した。

方法：トンボボロノイと、モノサシボロノイの $[d^2]$ と $[r^2]$ の値を比較する。また、領域の形の特徴を調べるため、多角形の分布を色分けしてまとめる。

予想：より体つきの大きい不均翅亜目のトンボボロノイの方が辺のベクトルが多様であり、重さに強い構造になっているのではないか。また、その結果としてモノサシボロノイよりもトンボボロノイの方が翅脈の多角形の種類が多様なのではないか。

結果：



(不均翅亜目のトンボ) [5]

(均翅亜目のトンボ) [6]

(青：四角形 赤：五角形 黄：六角形 ピンク：七角形)

図10 二亜目のトンボの翅脈の多角形分布

	モノサシボロノイ	トンボボロノイ
面積	813.7	4512.7
辺の長さ $[d^2]$	3721.8	1448.5
円の半径 $[r^2]$	2.8	10.3

表3 不均翅亜目と均翅亜目の比較

図10は不均翅亜目と均翅亜目のトンボの翅脈に囲まれた領域を、多角形の種類ごとに色分けして示している。また、表3はモノサシボロノイとトンボボロノイの $[d^2]$ と $[r^2]$ の値を示している。

トンボボロノイの翅脈は五・六角形が多いが、モノサシトンボでは四角形が多い。また、 $[d^2]$ の値はトンボボロノイの方が小さく、 $[r^2]$ の値はモノサシトンボの方が小さい。

考察：不均翅亜目のトンボは個体が大きく、より大きな翅内に翅脈を張り巡らせる必要があるので効率の良さも高くなっている。また、予想とは異なり強度の面では均翅亜目の翅の方が優れているのではない。

#### 4. 結論と今後の課題及び感想

##### 1) 結論

不均翅亜目のトンボの翅に現れるトンボボロノイは、正六角形充填（母点配置に一定の規則を持ち、強度面で優れる）が強度維持に果たす役割と、乱数ボロノイ充填（ランダムに母点が配置され、強度面で少々劣る）のばらつきの両方を兼ね備えた平面充填であり、翅脈の間隔の点において、1枚の翅の中でも異なる特徴を持った部分が組み合わさった構成になっていると考えられる。これはトンボの身体的特徴や飛行中の翅のしなりを考慮して、翅の最適な運動を可能にするためであると思われる。

##### 2) 今後の課題

今回はトンボボロノイを平面図形と捉えて、他の平面充填との比較を行い、トンボが実際に翅をどのように動かすのかなどについては考慮していないため、今後は、翅の実際の動きを含めた考察を加えて、この翅の特徴がトンボの生存競争にどう有利に働くのか、生物学的考察も含めた研究にしていきたい。

##### 3) 感想

数理工学ではボロノイ図を数値化して考察する方法はいくつか見られるが、今回は初等幾何の範囲であり、高校生でも扱うことのできる角度や長さを用いて、図形的な側面と数値としての側面の両方からボロノイ図を観察できた。また、トンボボロノイごとに個体差が存在するため得られた数値にはばらつきがあり、考察する際にはどの程度まで誤差として扱うのかという点で苦労した。

#### 5. 引用文献・参考文献

- [1] G. Glaeser, "Nature and Numbers", Ambra Verlag, 2013. 264
- [2] 株式会社PASCO「ボロノイ分割とは?」, 2011年,  
<http://www.pasco.co.jp/recommend/word/word048/> (閲覧日: 2016年8月28日)
- [3] 石田昇三・石田勝義・小島圭三・杉村光俊, 東海大学出版会, 日本産トンボ幼虫・成虫検索図説, 1988年, 17-52.
- [4] mohito, 「つい話したくなる動物トリビア集」, 2015年,  
<http://free-photos.gatag.net/GAHAG>, (閲覧日: 2016年8月28日)
- [5] とんきち三平, 「トンボ・ヌケガラ図録」, 2014年, <http://tonkitisanpei-3.blog.so-net.ne.jp/2014-05-13>  
(閲覧日: 2016年9月9日)
- [6] 「日本産トンボ標本箱」, 2013年,  
<http://odonata.jp/03imago/Platycnemididae/Platycnemis/echigoana/index.html>  
(閲覧日: 2016年9月9日)