2018年度

# Ｍスカラ入試

## 数学Ⅰ・Ⅱ・Ａ・Ｂ
## （数列・ベクトル）

※数理工学科のみ
数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・Ａ・Ｂ（数列・ベクトル）

［60 分］

**1**

(1) 不等式 $|2x+1|<3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $a, b$ を実数とする。

$ab>0$ は $a>0$ かつ $b>0$ であるための $\boxed{\text{エ}}$。

$a=b$ は $a^2=b^2$ であるための $\boxed{\text{オ}}$。

$a^2>b^2$ は $a>b$ であるための $\boxed{\text{カ}}$。

$\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを, 次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要条件であるが, 十分条件ではない

① 十分条件であるが, 必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも, 十分条件でもない

(3) 方程式 $\log_2(x+2)+\log_2(x+3)=1$ の解は $x=\boxed{\text{キク}}$ である。

(4) 循環小数 $20.\dot{1}\dot{8}$ を分数で表すと $\dfrac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

(5) A, B, C, D の四つの工場では, ある製品を一つ作るのにそれぞれ 80 分, 20 分, 16 分, 8 分かかる。このとき, 平均すると, 一工場あたり $\boxed{\text{セソ}}$ 分で一つの製品が作られることになる。

**2**

関数

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$$

について，以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{アイ}}$ のとき極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり，$x = \boxed{\text{エ}}$ のとき極小値 $\boxed{\text{オカキ}}$ をとる。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = kx$ (ただし，$k$ は実数) が 3 つの相異なる交点をもつならば，

$$\frac{\boxed{\text{クケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}} < k < \boxed{\text{スセソ}}$$

または

$$\boxed{\text{タチツ}} < k$$

が成り立つ。

**3**

**数理工学科が第 1 志望である受験者**は，**3**，**4** を解答せずに，数理 **3**，数理 **4** を解答すること。

四角形 ABCD について，

$$\mathrm{AD} = \mathrm{BC} = 5,\ \angle\mathrm{ABD} = 45^\circ,\ \sin\angle\mathrm{BAD} = \frac{4}{5}$$

が成り立っており，$\triangle$ABD は鋭角三角形である。

このとき，

$$\mathrm{BD} = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

であり，

$$\cos\angle\mathrm{BAD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

なので，

$$\mathrm{AB} = \boxed{\text{オ}}$$

となる。

また，四角形 ABCD が円に内接するとき，

$$\angle\mathrm{BCD} + \angle\mathrm{BAD} = \boxed{\text{カキク}}^\circ,\ \angle\mathrm{BDC} = \boxed{\text{ケコ}}^\circ$$

が成り立ち，

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}}$$

である。さらにこのとき，四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{シス}}$ である。

# 4

**<u>数理工学科が第 1 志望である受験者</u>**は, $\boxed{\mathbf{3}}$ , $\boxed{\mathbf{4}}$ を解答せずに, $\boxed{数理\ \mathbf{3}}$ , $\boxed{数理\ \mathbf{4}}$ を解答すること。

(1) 1 個のさいころを投げるとき, 出る目の平均は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 2 個のさいころを同時に投げるとき, 出る目がぞろ目（2 個のさいころの出る目が同じ）になる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(3) 2 個のさいころを同時に投げるとき, 出る目の和が 6 になる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ である。

(4) 1 個のさいころを繰り返し投げ, 目の和が 6 以上になったら投げることを終える。このとき, ちょうど 2 回投げて終える確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$, 4 回以上投げることができる確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシス}}$ である。

数理 3

数理工学科が第 1 志望である受験者のみ 数理 3 , 数理 4 を解答すること。

$a$ を実数とし,

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+a\cos x)^2dx$$

とする。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2dx=\frac{\pi^{\boxed{ア}}}{\boxed{イウ}},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x\,dx=\frac{\pi}{\boxed{エ}}-\boxed{オ},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2x\,dx=\frac{\pi}{\boxed{カ}}$$

なので, $I$ を $a$ の関数で表すと

$$I=\frac{\pi}{\boxed{キ}}a^2+\left(\pi-\boxed{ク}\right)a+\frac{\pi^{\boxed{ケ}}}{\boxed{コサ}}$$

である。また, $I$ は $a=\dfrac{\boxed{シ}}{\pi}-\boxed{ス}$ のとき, 最小値

$$\frac{\pi^4-\boxed{セソ}\pi^2+\boxed{タチ}\pi-\boxed{ツテ}}{\boxed{トナ}\pi}$$

をとる。

$\boxed{\text{数理 }\mathbf{4}}$

**数理工学科が第 1 志望である受験者**のみ $\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$ , $\boxed{\text{数理 }\mathbf{4}}$ を解答すること。

1 枚の硬貨を繰り返し投げる次のゲームを考える。

- 最初の持ち点は 3 点。
- 硬貨を 1 回投げて表が出れば持ち点は $+1$ 点, 裏が出れば持ち点は $-1$ 点される。
- 硬貨を繰り返し投げる途中で持ち点が 0 点になった場合には, 以降硬貨を投げることをやめ, その時点でゲームは終了とする。

以下の問いに答えよ。

(1) 硬貨を 3 回投げてゲームが終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 硬貨を 3 回投げてゲームが終了しなかったときに, もう 1 回投げて持ち点が 5 点になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) 硬貨を 3 回投げてゲームが終了しなかったときに, もう 1 回投げて持ち点が 3 点より大きい確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(4) 硬貨を 6 回投げることができる確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。