2018年度

# 全学部統一入試

## 数学Ⅰ・Ⅱ・A・B
## （数列・ベクトル）

※数理工学科のみ

数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B（数列・ベクトル）

［60 分］

## $\boxed{1}$

(1) 不等式 $7x-2<5x+2$ の解は $x<\boxed{\text{ア}}$ である。
また, 連立不等式

$$\begin{cases} 7x-2<5x+2 \\ x<-3x^2 \end{cases}$$

の解は $\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}<x<\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) 2 次方程式 $x^2+x+2=0$ の 2 つの解を $\alpha,\beta$ とし,

$$S_n=\alpha^n+\beta^n$$

とする。このとき, $S_1=\boxed{\text{カキ}}$, $S_2=\boxed{\text{クケ}}$, $S_3=\boxed{\text{コ}}$, $S_4=\boxed{\text{サ}}$ である。

(3) あるドリンクを 1 個購入すると, おまけとしてフィギュアを必ず 1 つもらえるものとする。フィギュアの種類は全部で 5 種類あり, どれも同じ確率でもらえるものとする。このドリンクを 5 個購入して, 5 種類のフィギュアが全部そろう確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ であり, 3 種類以下しかそろわない確率は $\dfrac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{トナニ}}}$ である。

(4) $\tan\theta=2$ のとき, $\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+4\cos^2\theta=\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(5) 半径 1 の円に内接する正十二角形について, 1 辺の長さの 2 乗は $\boxed{\text{ハ}}-\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$ であり, 面積は $\boxed{\text{フ}}$ である。

**2**

2 次関数

$$y = x^2 - 4kx + 8k - 3 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを $C$ とする。ただし, $k$ は実数である。以下の問いに答えよ。

(1) グラフ $C$ の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,k,\ \boxed{\text{イウ}}\,k^2 + \boxed{\text{エ}}\,k - \boxed{\text{オ}}\right)$$

である。

(2) グラフ $C$ と $x$ 軸が交わらない $k$ の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < k < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) 2 次関数 ① の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値 $m$ を $k$ で表すと

$k < \boxed{\text{コ}}$ のとき

$$m = \boxed{\text{サ}}\,k - \boxed{\text{シ}}$$

$\boxed{\text{コ}} \leqq k \leqq \boxed{\text{ス}}$ のとき

$$m = \boxed{\text{セソ}}\,k^2 + \boxed{\text{タ}}\,k - \boxed{\text{チ}}$$

$\boxed{\text{ス}} < k$ のとき

$$m = \boxed{\text{ツテ}}\,k + \boxed{\text{トナ}}$$

である。さらに, $m$ は $k = \boxed{\text{ニ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ヌ}}$ をとる。

$\boxed{\mathbf{3}}$

> 数理工学科が第 1 志望である受験者は, $\boxed{\mathbf{3}}$ , $\boxed{\mathbf{4}}$ を解答せずに, $\boxed{数理\ \mathbf{3}}$ , $\boxed{数理\ \mathbf{4}}$ を解答すること。

$\triangle$ABC において, $\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = x$, $\mathrm{BC} = 1$, $\angle\mathrm{BAC} = 36^\circ$ のとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\angle$ABC の角の二等分線が辺 AC と交わる点を D とするとき,

$$\angle\mathrm{DBC} = \boxed{\text{アイ}}^\circ, \quad \angle\mathrm{BDC} = \boxed{\text{ウエ}}^\circ$$

であり,

$$\mathrm{AD} = \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2) $x = \dfrac{\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3) (2) の結果と余弦定理より, $\cos 36^\circ = \dfrac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

## $\boxed{4}$

数理工学科が第 1 志望である受験者は, $\boxed{\mathbf{3}}$ , $\boxed{\mathbf{4}}$ を解答せずに, $\boxed{数理\ \mathbf{3}}$ , $\boxed{数理\ \mathbf{4}}$ を解答すること。

(1) 等比数列 $6,\ -2\sqrt{3},\ 2,\ \cdots$ の第 5 項は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり, 初項から第 9 項までの奇数番目の項の和は $\dfrac{\boxed{ウエオ}}{\boxed{カキ}}$ である。

(2) 数列

$$1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 4,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 6,\ \cdots$$

の第 $n$ 項を $a_n$ とする。この数列を

$$1 \mid 2,\ 2 \mid 3,\ 3,\ 3 \mid 4,\ 4,\ 4,\ 4 \mid 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5 \mid 6,\ \cdots$$

のように, 1 個, 2 個, 3 個, $\cdots$ と区画に分ける。

第 1 区画から第 18 区画までの区画に含まれる項の個数は $\boxed{クケコ}$ であり, $a_{170} = \boxed{サシ}$ となる。また, 第 1 区画から第 18 区画までの区画に含まれる項の総和は $\boxed{スセソタ}$ であり,

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n \geqq 2018$$

となる最小の自然数 $n$ は $\boxed{チツテ}$ である。

$\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$ 数理工学科が第 1 志望である受験者のみ $\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$, $\boxed{\text{数理 }\mathbf{4}}$ を解答すること。

長さ 7 の線分 PQ がある。点 $\mathrm{P}(x,0)$ は $x$ 軸上を $0 \leqq x \leqq 7$ を満たしながら動き, 点 $\mathrm{Q}(0,y)$ は $y$ 軸上を $0 \leqq y \leqq 7$ を満たしながら動く。また, 線分 PQ を 3 : 4 に内分する点を $\mathrm{R}(X,Y)$ とする。

このとき, 点 R の $x$ 座標と $y$ 座標はそれぞれ,

$$X = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x, \quad Y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}y$$

と表すことができ, $x^2 + y^2 = \boxed{\text{オ}}^2$ であるから,

$$\frac{X^2}{\boxed{\text{カキ}}} + \frac{Y^2}{\boxed{\text{ク}}} = 1$$

となる。また, $\boxed{\text{ケ}} \leqq X \leqq \boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}} \leqq Y \leqq \boxed{\text{シ}}$ である。

さらに, 点 R の軌跡と $x$ 軸, $y$ 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{ス}}\pi$ であり, この図形を $x$ 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{セソ}}\pi$ である。

**数理 4** 数理工学科が第 1 志望である受験者のみ 数理 3 , 数理 4 を解答すること。

$a$ を正の数とし, 複素数平面上の 3 点 O, A, B を O(0), A($2\sqrt{3}+ai$), B($3\sqrt{3}+i$) とする。点 B を点 A を中心として正の向きに $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点を点 C とすると, 点 C を表す複素数 $\gamma$ は

$$\gamma=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}a+\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}+\left(\frac{a}{\boxed{\text{オ}}}+\boxed{\text{カ}}\right)i$$

である。

3 点 O, A, C が一直線上にあり, 線分 OC の長さが線分 OA の長さの $k$ 倍となるとき,

$$a=\boxed{\text{キ}},\ k=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり,

$$\gamma^3=\boxed{\text{コサシ}}\,i$$

となる。

さらに, $x=\gamma$ を解にもつ 3 次方程式

$$x^3+bx+c=0$$

を考える。ただし, $b$, $c$ は実数とする。このとき,

$$b=\boxed{\text{スセソ}},\ c=\boxed{\text{タチツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$$

となり, この 3 次方程式の残りの 2 つの解は,

$$x=\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$$
$$x=\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}-\boxed{\text{ノ}}\,i$$

である。