

1. 研究の要約

シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度との規則性を探すことを目的として実験を行った。白色光がシャボン玉に当たると膜の厚さによって特有な波長の光を反射する。その原理を用いて膜の厚さを測定した。カラーマップはシャボン玉の表面上の様々な点での厚さを判断するために Excel で作成した。シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度との間には比例関係がみられた。また、シャボン玉の割れる時間と膜の厚さについて考えた。シャボン玉液の洗剤の割合が 10 %~50 % のとき、割れる時間には膜の厚さが関係していて、50 % 以降には膜の厚さ以外の要因が関係していると考えられる。

2. 研究の動機と目的

前回の「シャボン玉の割れる時間」¹⁾についての論文では一瞬の出来事の数式化を目指し実験を行っていた。シャボン玉液が「水と洗剤」の場合では、洗剤の割合が増えるほど割れる時間も長くなっているが、洗剤の濃度が 50 % を境に割れる時間が短くなった。実験を進めていくにつれて、シャボン玉の割れる一瞬の時間とシャボン玉の膜の厚さに関係があるのではないかと疑問に思った。そこで、シャボン玉の膜の厚さと液の洗剤の濃度、シャボン玉が割れ始めてから割れ終わるまでの時間についての関係性を探すことを目的とし研究を進めた。

3. 方法

1) 材料

[シャボン玉製造装置 (図 A)] シリコンチューブ, シャボン玉用ストロー, 注射器 (60 ml), ビニールテープ

[シャボン玉液]

水, 洗剤 (ライオン株式会社「チャーミーマイルド」),

[シャボン玉膜厚測定装置]

カメラ (canon EOS kissX7i), 発光ダイオード (赤, 緑, 青),

画用紙 (白), 皿, フェルト (黒), セロハンテープ



図 A : シャボン玉製造装置

図 A 装置

シャボン玉の体積を一定にするために、60 ml の注射器にシリコンチューブとシャボン玉専用ストローつけて空気量を一定にした。

2) カラーマップの作成方法

2011 年に Y. D. Afanasyev²⁾らが、シャボン玉の膜厚とシャボン膜の色 (干渉縞) の関係式(1)~(4)で提唱した。膜厚を測定するための材料をカラーマップとした。そこで、今回は Afanasyev らの式を改良して、全球に対応するカラーマップを開発した。

薄膜における光の干渉の理論では、膜から反射された単色光の強度は入射光の波長, 膜の光学的な厚さ, 膜の屈折率, 入射光の角度に依存することが示されている。スペクトル分布が $I_m(\lambda)$ である光源で膜を照らすとき, 反射光の分布は $I_m(\lambda) = R_\lambda I_m(\lambda)$ となる。ここで, R_λ は入射光の各スペクトルで異なる反射率である。反射率 R_λ は次の式で求めることができる。

¹ シャボン玉の割れる時間 ~シャボン玉液の濃度による割れる時間の変化~

² "Measuring soap bubble thickness with color matching"

http://www.physics.mun.ca/~yakov/paperADA_soap_bubbles_AJP_2011.pdf

$$R_{\lambda} = R_s^2 \frac{1 - \cos \varphi}{1 + R_s^4 - 2R_s^2 \cos \varphi} + R_p^2 \frac{1 - \cos \varphi}{1 + R_p^4 - 2R_p^2 \cos \varphi} \quad \dots (1)$$

ここで、 R_s と R_p はそれぞれ入射面に対し垂直、平行な偏波の光についての反射の振幅係数で、 φ は反射波間の位相差である。振幅係数はフレネルの式により与えられる。

$$R_s = \frac{\cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \quad \dots (2)$$

$$R_p = \frac{n^2 \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \quad \dots (3)$$

位相差 φ は以下から求める。

$$\varphi(\lambda, \theta) = \frac{4\pi d}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \quad \dots (4)$$

ここで、 d は膜の厚さである。式(1)~(4)からシャボン玉が反射した光のRGBの値を計算した。図Bに示した配置から、シャボン玉の上の各点について角度 θ を求めた。

$$\theta = \alpha + \beta \quad \dots (5)$$

角度 α と β は図Bに示されたもので、以下の関係から求めた。

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{x}{R} \quad \dots (6)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{x}{H - R - R \cos \alpha} \quad \dots (7)$$

ここで、 R はシャボン玉の半径である。今回の実験ではシャボン玉の体積が60mlであるから、以下の式から R を求めたところ、 $R=2.43\text{cm}$ となった。

$$60 = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \dots (8)$$

以上の式を用いて、すべての d と θ について、高精度計算サイトで計算した。ただし、 $n=1.3$ (石鹼水の屈折率)、 $H=47\text{cm}$ 、 $d=0,10,20,30, \dots, 1000\text{nm}$ 、波長 λ はそれぞれ赤 624nm、緑 525nm、青 460nmとした。

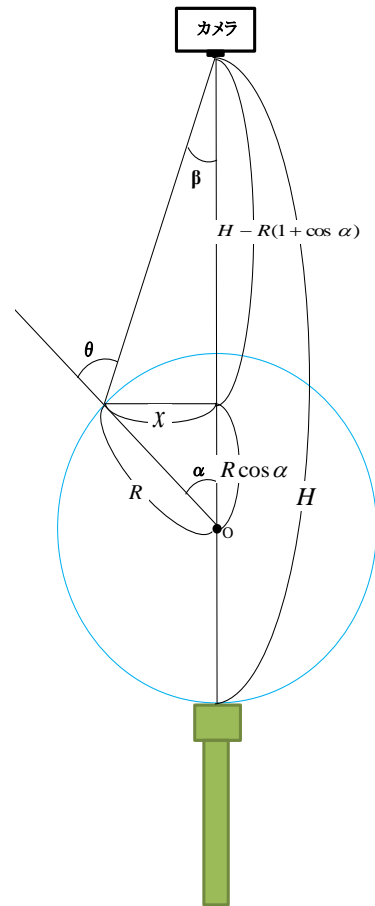


図 B：シャボン玉-カメラ間の関係式

2. 計算式(必須)

```

計算式 桁数 18 ▼ 計算モード 実数 RAD ▼  精度保証  桁数変更 使い方
A=asin((x/R));
B=atan(x/(H-R*R*cos(a)));
a=A*180/pi;
b=B*180/pi;
theta=a+b;
theta1=theta*pi/180;
Rs=(cos(theta1)-sqrt(n^2-(sin(theta1))^2))/(cos(theta1)+sqrt(n^2-(sin(theta1))^2));
Rp=(n^2*cos(theta1)-sqrt(n^2-(sin(theta1))^2))/(n^2*cos(theta1)+sqrt(n^2-(sin(theta1))^2));
for(d=dstart;d<=dend;d=d+10)
{
phi=(4*pi*d*sqrt(n^2-(sin(theta1))^2))/lambda;
Rlambda=(Rs^2*(1-cos(phi))/(1+(Rs)^4-2*(Rs)^2*cos(phi)))+(Rp^2*(1-cos(phi))/(1+(Rp)^4-2*(Rp)^2*cos(phi)));
Irr=round(Rlambda*10*255,0);
println(d,Rlambda,Irr);
}

```

図 C：高精度計算サイト³におけるプログラム

³ 高精度計算サイト <http://keisan.casio.jp/>

計算した反射率を再度 RGB 値に変換し、Excel のセルに色を付けていった (図 E)。図 E は、 $x=0.1\text{cm}$ の時における各膜厚 d での R, G, B の値と色の分布を示した Excel の表である。

このようにして、 $x=0,0.1,0.2,\dots,2.4\text{cm}$ まで計算した結果を用いて、横軸を $x(\text{cm})$ 、縦軸を膜厚 $d(\text{nm})$ とした平面上に色を表示したカラーマップを作成した(図 D)。

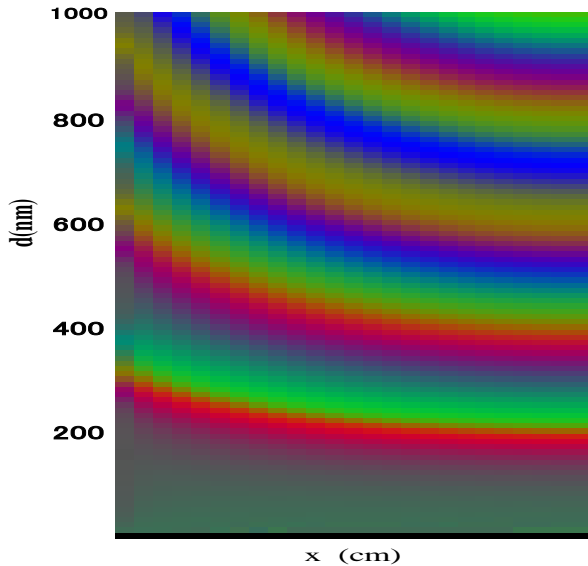


図 D: カラーマップ

	A	B	C	D	E
1	0.1cmの時	255R	255G	255B	色
11	90nm	76	87	92	
12	100nm	83	88	83	
13	110nm	90	85	80	
14	120nm	99	87	70	
15	130nm	108	89	57	
16	140nm	117	87	51	
17	150nm	132	85	38	
18	160nm	158	73	24	
19	170nm	187	68	0	
20	180nm	209	46	0	
21	190nm	191	32	32	
22	200nm	146	0	109	
23	210nm	96	0	159	
24	220nm	26	26	204	
25	230nm	0	55	200	
26	240nm	0	67	188	
27	250nm	0	85	170	
28	260nm	9	97	149	
29	270nm	23	100	131	
30	280nm	29	109	117	
31	290nm	43	113	99	
32	300nm	62	117	76	
33	310nm	76	117	62	
34	320nm	95	117	44	
35	330nm	115	115	25	
36	340nm	141	106	9	
37	350nm	161	94	0	
38	360nm	181	74	0	
39	370nm	197	46	12	
40	380nm	185	23	46	
41	390nm	170	12	73	
42	400nm	151	0	104	
43	410nm	122	0	133	
44	420nm	96	11	149	
45	430nm	69	29	157	
46	440nm	39	49	167	
47	450nm	28	76	151	
48	460nm	10	98	147	
49	470nm	0	128	128	
50	480nm	0	147	108	
51	490nm	0	170	85	
52	500nm	11	188	55	

図 E: $x = 0.1\text{cm}$ の時における各膜厚 d での色の分布

3) シャボン玉の膜の厚さの測定

・シャボン玉液の作り方

水 10 ml 入ったビーカーに洗剤を加え、均一になるまで泡立てずに混ぜたものをシャボン玉液として用いた。洗剤の割合が 10%~80%まで 10%刻みに作った。

・測定方法

シャボン玉の膜厚の測定においては図 F に示したような装置を自作した。装置は大きく、シャボン玉製造装置、カメラ、コーンからなる。不要な光の反射を減らすために、シャボン玉を作る下に皿を置いた。皿は黒いフェルトで覆い、中心に装置のチューブを通した。また、撮影時はカメラとシャボン玉の周りを、光源からの光の照射を均一にするため白い厚紙で作成した円錐 (コーン) で覆った。

円錐の中に 3 種の発光ダイオードを設置し、光を散乱させる。発光源は直流電源器を使用し、個別に制御し、各色の光強度が同じになるように調節した。この調節は、光の色をできるだけ白く、目視で確認していく。シャボン玉の大きさを均一にするために装置を用いて膨らませた。シャボン玉の中に入る空気量は 60 ml とした。また、カメラはシャボン玉の上面で撮影できるように設置した。撮影はデジタルカメラ canon EOS kissX7i を使い、感度 6400 とする。カメラとシャボン玉の距離 H は側面から測定した。 $H=47\text{cm}$ である。各洗剤の割合で 50 個ずつシャボン玉を撮影した(図 G)。実験で得られた各写真からの差分を得るため、シャボン玉なしの背景の写真も撮影した(図 H)。

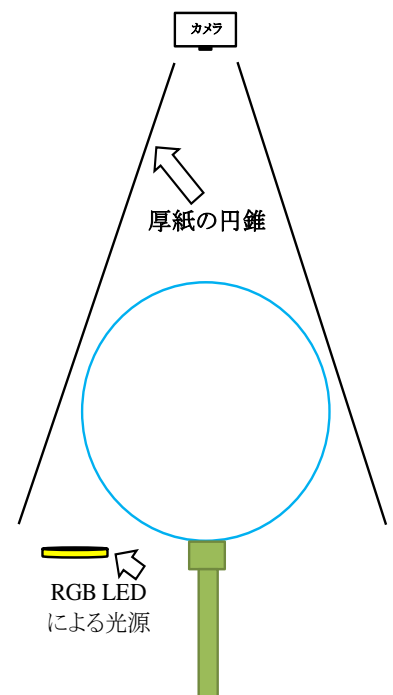


図 F: 撮影時の図

・データの解析

シャボン玉の写真（図 G）とシャボン玉なしの背景の写真（図 H）の差分を Image J⁴で求めた。差分をとった写真（図 I）にカラーマップを図 J のように重ね、中心から 1 cm, 1.5 cm, 2 cm の RGB 値を Image J を用いた解析により求めた。各位置の RGB 値とカラーマップと比較し厚さを求めた。

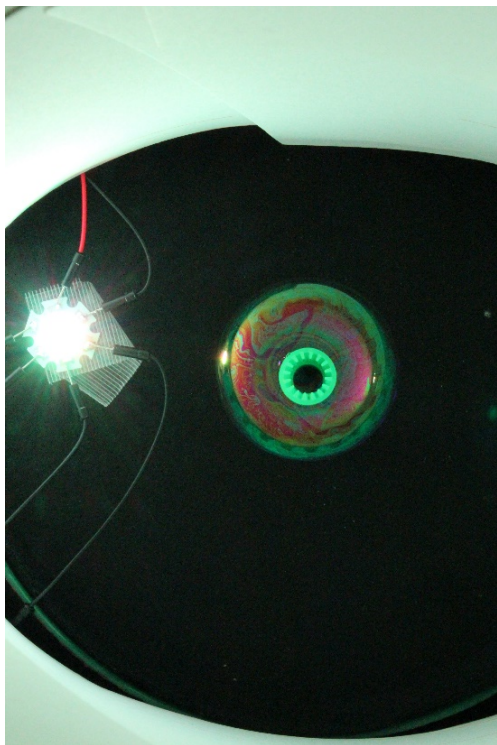


図 G : シャボン玉の写真

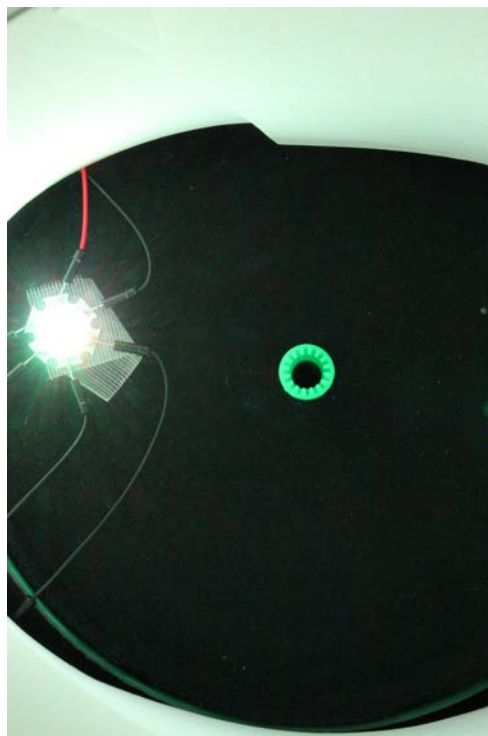


図 H : 背景の写真

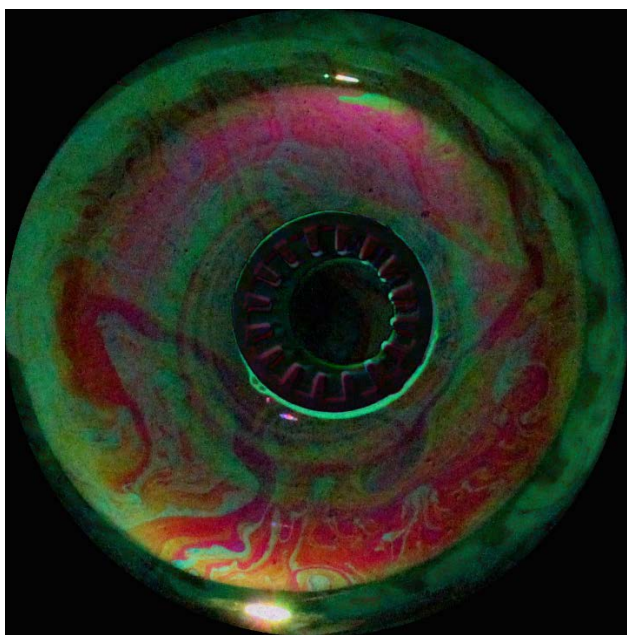


図 I : 差分(図 G-図 H)をとった写真

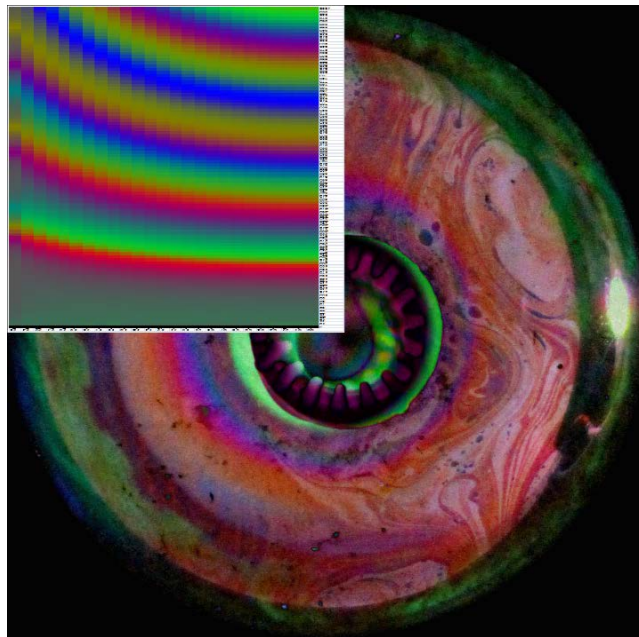


図 J : 膜の厚さを図るときの写真

⁴ Image J is an open source program for image processing and analysis, available from <https://imagej.nih.gov/ij/>

4. 結果と考察

結果1) シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度の関係性

図 K は、縦軸にシャボン玉の膜の厚さ (nm)、横軸にシャボン玉液の洗剤の濃度 (%) としたグラフである。シャボン玉の中心からの距離=1.0, 1.5, 2.0cm のときの膜厚を示している。図 L は、縦軸と横軸はグラフ 1 と同じで、Excel を用いて平均値の線形近似をしたものである。

シャボン玉液に含まれる洗剤の濃度が増加するにつれて、膜の厚さは厚くなることが分かった。また、平均値を線形近似した結果、 y :シャボン玉の膜の厚さ (nm)、 x :洗剤の濃度(%) として、 $y = 9.8382x + 59.425$ ($\approx 10x+60$) ($R^2 = 0.9787$) という式が求められた。

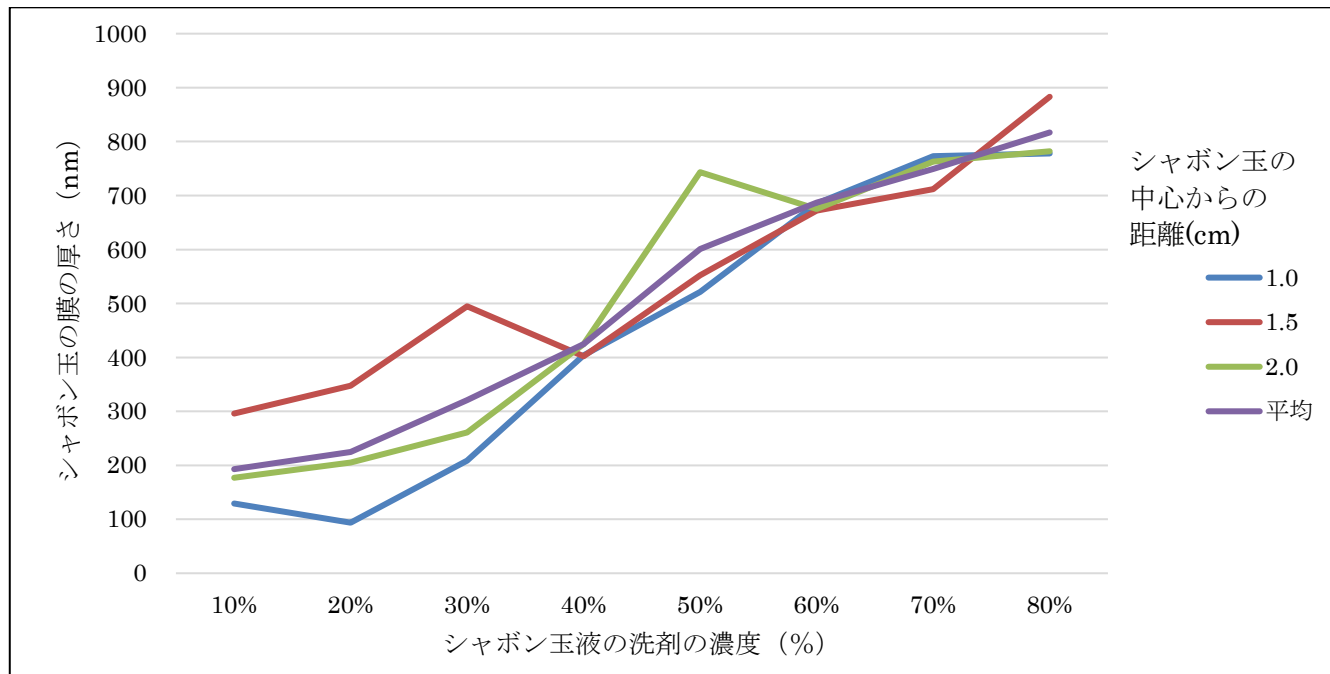


図 K : シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度グラフ

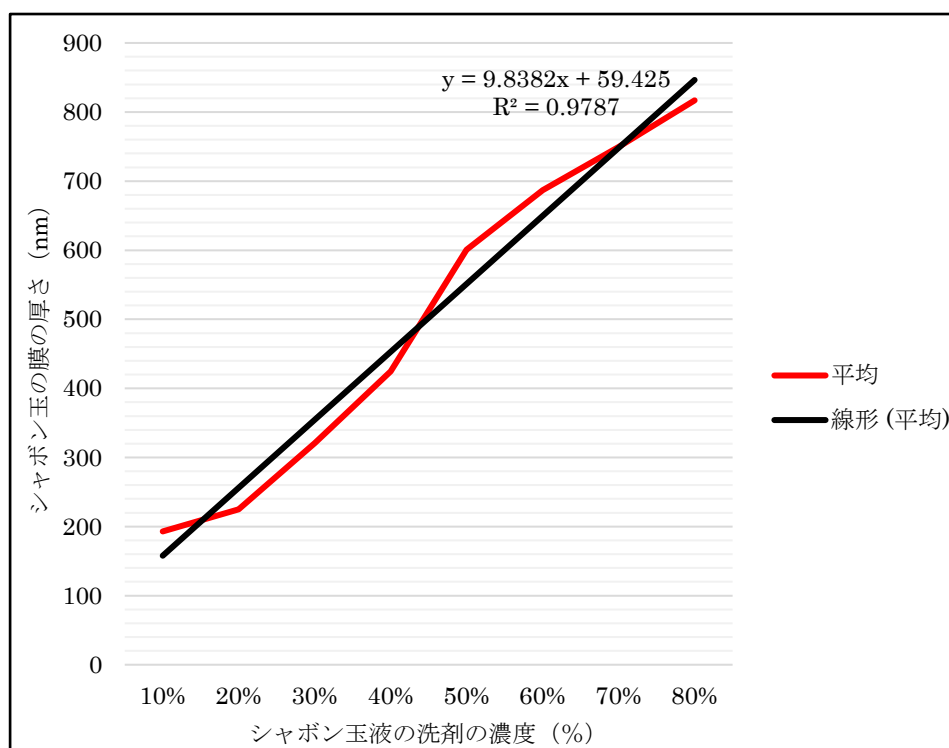


図 L : シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度グラフ (平均のみ)

考察1) シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度の関係性

シャボン玉の膜の厚さと洗剤の濃度には比例関係があると考えられる。

結果 2) シャボン玉の膜の厚さと割れる時間の関係 (洗剤の濃度が 10%~50%)

「シャボン玉の割れる時間」の論文の液が「水と洗剤」の結果と、膜の厚さの結果について比較した。図 M は「シャボン玉の割れる時間」の論文から引用した、シャボン玉液が「水と洗剤」の割れる時間と洗剤の濃度のグラフである。また、図 N は洗剤の濃度が 10 %~50 %の時の割れる時間と膜の厚さのグラフである。

洗剤の濃度が高くなるにつれて膜厚も割れる時間も増していくということがわかった。

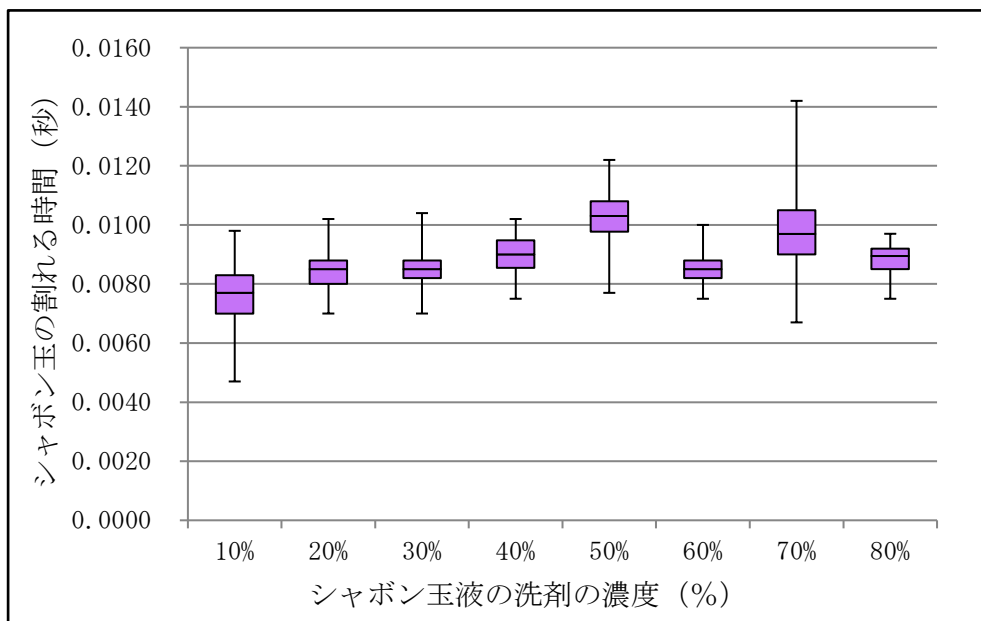


図 M : シャボン玉液が「水と洗剤」の割れる時間と洗剤の濃度の関係

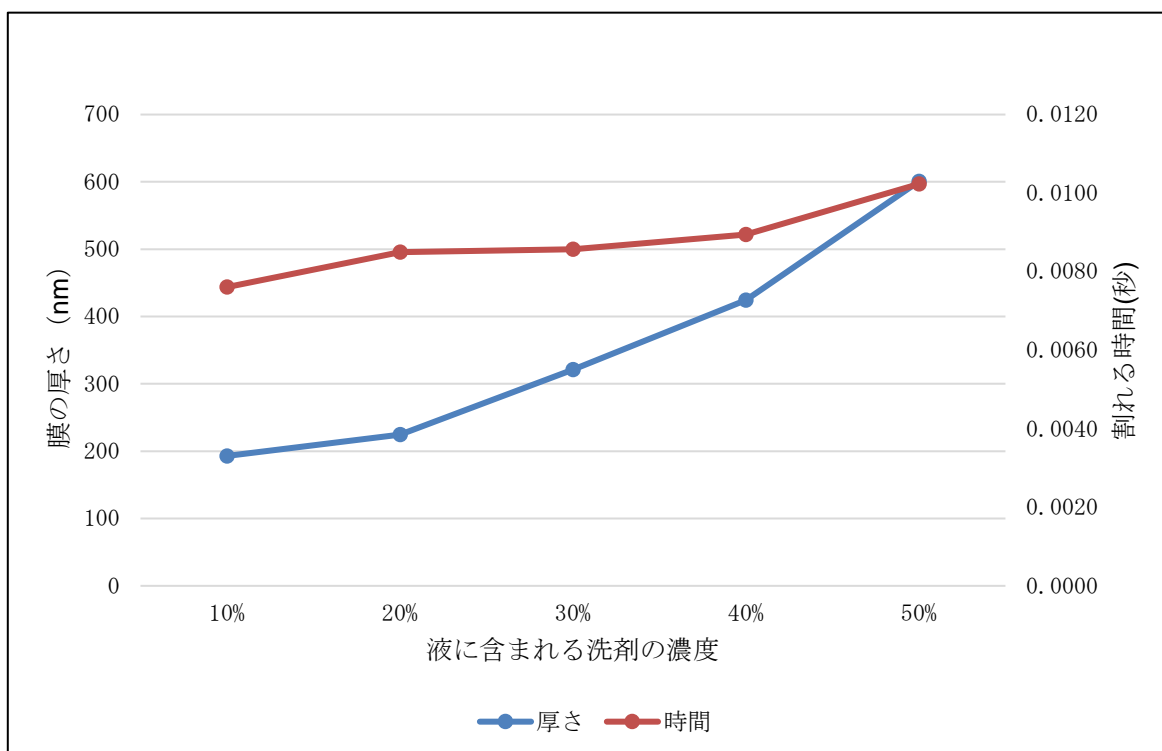


図 N : シャボン玉の膜の厚さと割れる時間の関係 (洗剤の濃度が 10%~50%)

考察 2) シャボン玉の膜の厚さと割れる時間の関係 (洗剤の濃度が 10 %~50 %)

洗剤の濃度が 10 %~50 %の時、シャボン玉の割れる時間には膜厚が関係していると考えられる。

結果3) シャボン玉の膜の厚さと割れる時間の関係(洗剤の濃度が60%~80%)

「シャボン玉の割れる時間」の論文の液が「水と洗剤」の結果と、膜の厚さの結果について比較した。図Oは洗剤の濃度が60%~80%の時の割れる時間と膜の厚さのグラフである。

洗剤の濃度が高くなるにつれて、膜の厚さは増加し、割れる時間は60%から70%で増加し、80%で減少することがわかった。

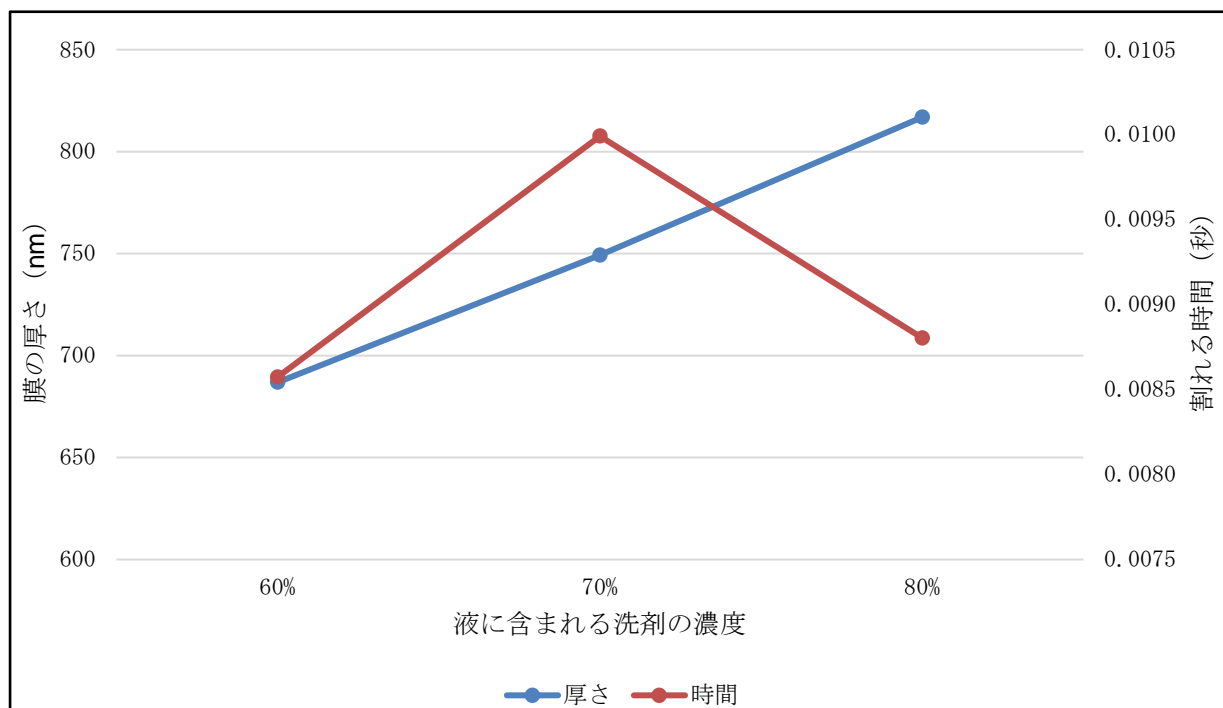


図 O : シャボン玉の膜の厚さと割れる時間の関係 (洗剤の濃度が60%~80%)

考察3) シャボン玉の膜の厚さと割れる時間の関係(洗剤の濃度が60%~80%)

洗剤の濃度が60%~80%の時、シャボン玉の割れる時間には膜厚が関係していないと考えられる。

5. 結論と今後の課題及び感想

1) 結論

シャボン玉の膜の厚さと液に含まれる洗剤の濃度は比例関係にあり、洗剤の濃度が高くなるにつれて、膜の厚さも厚くなることが示された。Excelを用いて、 y : シャボン玉の膜の厚さ(nm), x : 洗剤の濃度(%)として線形近似した。 $y = 9.8382x + 59.425$ ($\approx 10x + 60$) ($R^2 = 0.9787$)という式が求められた。

また、シャボン玉液に含まれる洗剤の濃度が10%~50%のときには、シャボン玉の割れる時間に膜の厚さが関係していると考えられる。洗剤の濃度が60%~80%のときには膜の厚さではなく、ほかの要因が関係しているのではないかと考えている。

2) 今後の課題

洗剤の種類による膜の厚さの比較や、分光器を用いてより正確な膜の厚さを測定してみたい。また、シャボン玉液の割合が60%以降の時に何が影響しているのか調べていきたい。

3) 感想

最初は数式を作れると思ってなかったけど、 R^2 値が1に近い線形近似直線が作れたことに驚いた。また、論文を翻訳しながら手探りでカラーマップを作ったので苦労した。実際に全球の時でも同じように縞模様のカラーマップが作れた時は嬉しかった。

参考文献

- ・“Measuring soap bubble thickness with color matching” Y. D. Afanasyev, G. T. Andrews, and C. G. Deacon
- ・ How the bubble bursts : Nature News

- Soap & Detergents: Chemistry | Clean Living | American Cleaning Institute
- Understanding Interference Patterns in Soap Film – Eric Tompkins
- シャボン玉の割れる時間 ～シャボン玉液の濃度による割れる時間の変化～ 神田 華