2019年度

一般入試Ａ日程
【2/6（水）】

数学Ⅰ・Ⅱ・Ａ・Ｂ
（数列・ベクトル）

※数理工学科のみ
数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・Ａ・Ｂ

［60　分］

$\boxed{1}$

(1) 2 次方程式 $x^2+3x+1=0$ の 2 つの解を $\alpha,\ \beta$ とするとき, 2 次方程式 $x^2+\boxed{ア}x+\boxed{イウ}=0$ の 2 つの解は $\alpha-2,\ \beta-2$ である。

(2) 整式 $P(x)$ を x^2+x-2 で割ると余りが $-2x+5$ で, x^2+3x+2 で割ると余りが $-4x+1$ ならば, x^2-1 で割った余りは $\boxed{エ}x+\boxed{オ}$ となる。

(3) $x,\ y$ が 4 つの不等式 $x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ 2x+y \leqq 16,\ 2x+5y \leqq 20$ を同時に満たすとき, $2x-y$ の最大値は $\boxed{カキ}$, 最小値は $\boxed{クケ}$ である。

(4) 方程式 $\log_3(x-3)+\log_3(x-5)=1$ を満たす x の値は $\boxed{コ}$ である。

(5) 赤, 青, 緑, 白の 4 色の玉が 5 個ずつ計 20 個ある。各色の玉には, それぞれ 1 から 5 までの番号が 1 つずつ書いてある。この 20 個の中から 3 個を一度に取り出す。このとき, 3 個がすべて同じ番号になる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$, 3 個が色も番号も異なる確率は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}$ である。

$\boxed{2}$

Oを原点とする座標平面上に, 四角形OABCが平行四辺形となるような3点A, B, Cがあり, 直線ABは$x-y-3=0$, 直線BCは$2x+y-9=0$で表されているとする。

このとき, 点Aの座標は$\left(\boxed{ア},\ \boxed{イウ}\right)$, 点Bの座標は$\left(\boxed{エ},\ \boxed{オ}\right)$, 点Cの座標は$\left(\boxed{カ},\ \boxed{キ}\right)$であり, 点Cと直線ABの距離は$\dfrac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$, 辺ABの長さは$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$となることから, 平行四辺形OABCの面積は$\boxed{ス}$である。

また, 点Cを中心とし直線ABに接する円上を点Pが動くとき, 線分PBの中点Qの軌跡は, 中心が$\left(\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}},\ \boxed{タ}\right)$, 半径が$\dfrac{\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}$の円となる。

$\boxed{3}$

> **数理工学科が第 1 志望である受験者**のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{\text{数理 } 3}$ と $\boxed{\text{数理 } 4}$ を解答してもよい。

a を実数とし，放物線

$$C:\ y = x^2 - 2ax + 3a^2 + 4a + 12$$

を考える。

(1) a が動くとき，放物線 C の頂点の軌跡は放物線

$$y = \boxed{\text{ア}}\,x^2 + \boxed{\text{イ}}\,x + \boxed{\text{ウエ}}$$

となる。

(2) 放物線 C の頂点が y 軸上にあるとき，$a = \boxed{\text{オ}}$ であり，頂点の座標は $\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キク}}\right)$ である。

(3) 放物線 C が直線 $y = 2ax$ と 2 点で交わる条件は，

$$a < \boxed{\text{ケコ}} \quad \text{または} \quad \boxed{\text{サ}} < a$$

である。

(4) $a = 0$ のときの放物線 C： $y = x^2 + 12$ と放物線 $y = -x^2 + 14x + 28$ の交点の x 座標は，$x = \boxed{\text{シス}},\ \boxed{\text{セ}}$ であり，これら 2 つの放物線で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ソタチ}}$ である。

$\boxed{4}$

> **数理工学科が第 1 志望である受験者**のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{\text{数理 } 3}$ と $\boxed{\text{数理 } 4}$ を解答してもよい。

座標平面上で，x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という。n を自然数とする。このとき，連立不等式

$$\begin{cases} x \geqq 0 \\ y \leqq n^2 \\ y \geqq x^2 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

を満たす格子点の個数を考える。

(1) ①を満たす格子点の個数は，$n = 1$ のとき $\boxed{\text{ア}}$ 個であり，$n = 2$ のとき $\boxed{\text{イウ}}$ 個である。

(2) 直線 $x = k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots, n)$ 上には，$n^{\boxed{\text{エ}}} + \boxed{\text{オ}} - k^{\boxed{\text{カ}}}$ 個の格子点が並び，①を満たす格子点の個数は，n を用いて表すと，

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\left(\boxed{\text{ケ}}n^3 + \boxed{\text{コ}}n^2 + \boxed{\text{サ}}n + \boxed{\text{シ}}\right)$$ である。

数理 **3**	**数理工学科が第 1 志望である受験者**のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{\text{数理 }\mathbf{3}}$ と $\boxed{\text{数理 }\mathbf{4}}$ を解答してもよい。

α, β は等式 $2\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0$ を満たす 0 でない複素数であり, $\dfrac{\beta}{\alpha}$ の虚部は負ではないとする。また, γ は $|\gamma| = |\alpha|$ を満たす α とは異なる複素数とする。さらに, 複素数平面上で, 4 点 0, α, β, γ は同一円周上にあるとする。以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ を極形式で表せ。

(2) 複素数平面上で, 3 点 0, α, β を頂点とする三角形の 3 つの角の大きさを求めよ。

(3) 複素数平面上で, 3 点 0, α, γ を頂点とする三角形の 3 つの角の大きさを求めよ。

(4) $\gamma = -1 + i$ とするとき, α, β を求めよ。

$\boxed{\text{数理 } \mathbf{4}}$

数理工学科が第 1 志望である受験者のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{\text{数理 } \mathbf{3}}$ と $\boxed{\text{数理 } \mathbf{4}}$ を解答してもよい。

$a > 0$ とし, 関数 $f(a) = \int_{-1}^{1} |x^2 - a^2| dx$ を考える。

(1) $y = \left|x^2 - a^2\right|$ のグラフの概形を描け。

(2) $a > 1$ のときの $f(a)$ を a の多項式で表せ。

(3) $0 < a \leqq 1$ のときの $f(a)$ を a の多項式で表せ。

(4) $f(a)$ を最小とする a の値を求めよ。