2019年度

ムサシノ
スカラシップ入試

数学Ⅰ・Ⅱ・A・B
（数列・ベクトル）

［60　分］

$\boxed{\mathbf{1}}$

(1) 方程式 $2|x| + 3|x-1| = 2x$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $9^{\log_3 6} - 2^{\log_2 5} = \boxed{\text{イウ}}$ である。

(3) 実数 x, y が,

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ (x-1)(y-1) = -2 \\ x < y \end{cases}$$

を満たすとき, $x = \boxed{\text{エオ}}$, $y = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4) x の整式

$$A = x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 27x - 14$$

を考える。A を $x^2 - 5x - 2$ で割ったとき, 商は $x^2 - \boxed{\text{キ}}\,x + \boxed{\text{ク}}$, 余りは $\boxed{\text{ケ}}\,x + \boxed{\text{コ}}$ である。

(5) 次のデータは A 町の, ある年の 1〜5 月の月ごとの出生数を調べたものである。

6　8　4　10　2　(単位は人)

このデータの中央値は $\boxed{\text{サ}}$ 人であり, 範囲は $\boxed{\text{シ}}$ 人であり, 平均値は $\boxed{\text{ス}}$ 人であり, 分散の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

2

a, b を定数とし, $a \fallingdotseq 0$ とする。2 次関数

$$y = ax^2 - bx - 4a + 2b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフが点 $(-1, 6)$ を通るとする。以下の問いに答えよ。

(1) b は a を用いて,

$$b = a + \boxed{ア}$$

と表され, 2 次関数①のグラフの頂点の座標は a を用いて

$$\left(\frac{a + \boxed{イ}}{\boxed{ウ}a},\ \frac{-\left(\boxed{エ}a - \boxed{オ}\right)^2}{\boxed{カ}a} \right)$$

と表される。

(2) 2 次関数①のグラフの頂点の y 座標が $-\dfrac{1}{4}$ であるとする。このとき, a は

$$\boxed{キ}a^2 - \boxed{クケ}a + \boxed{コ} = 0$$

を満たす。したがって, a の値は

$$a = \boxed{サ},\ \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$$

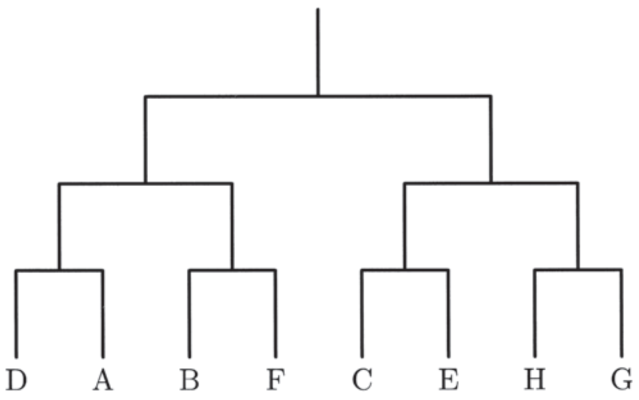
である。

(3) $a = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ であるとする。このとき, 2 次関数①のグラフの頂点の x 座標は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$ であり, 関数①のグラフと x 軸の 2 交点の x 座標は $\boxed{チ}$, $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$ である。

また, 関数①は $1 \leqq x \leqq 5$ において, $x = \dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}$ のとき, 最小値 $\dfrac{\boxed{ヌネ}}{\boxed{ノ}}$ をとり, $x = \boxed{ハ}$ のとき, 最大値 $\boxed{ヒ}$ をとる。

3

チーム A からチーム H の 8 つのチームが下の図のような勝ち残り式トーナメント方式で優勝を争う。トーナメントの組合せは抽選で無作為に決めるものとする。下の図は, そのような組み合わせの一例である。



(1) すべてのチームが互角であり, それぞれの試合で相手に勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であるとき, チーム A が優勝する確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) もしチーム H だけが他のチームより優れており, 相手に勝つ確率が $\frac{2}{3}$ であったとすると, チーム A が優勝する確率はトーナメントの組みわせによって変わることになる。このとき, 抽選前の段階で, チーム A が優勝する確率を考える。

(a) チーム A とチーム H が 1 回戦で対戦する組み合わせを考える。このような組み合わせになる確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ であり, この組み合わせの下でチーム A が優勝する確率は $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ である。

(b) チーム A とチーム H が 2 回戦で対戦する可能性がある組み合わせを考える。このような組み合わせになる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であり，この組み合わせの下でチーム A が優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(c) チーム A とチーム H が 3 回戦で対戦する可能性がある組み合わせを考える。このような組み合わせになる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であり，この組み合わせの下でチーム A が優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$ である。

(a), (b), (c) から，チーム A が優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ となる。

4

数列 $\{a_n\}$ は初項 a, 公差 d の等差数列で, $a_9 = 0$ とし,

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

とおく。また, 数列 $\{b_n\}$ は初項 a, 公比 r の等比数列で, $b_3 = a_5$ とする。ただし, a と r は正の数とする。

(1) このとき, $a + \boxed{\text{ア}}\,d = 0$ である。また, $r = \dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}$ である。

(2)

$$S_n = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\,na\left(\boxed{\text{カキ}} - n\right)$$

となる。

(3) $S_n < 0$ となる n のうち, 最小のものは $\boxed{\text{クケ}}$ である。

(4) $S_{12} = 30$ のとき, $a = \boxed{\text{コ}}$ であり,

$$\sum_{k=1}^{5} b_k = \boxed{\text{サシ}} + \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

となる。