武蔵野大学　令和２（2020）年度　　　　　　　　　【令和2年2月6日実施】
A日程入試問題　　数学ⅠⅡAB【正答】

1

解答記号	正答
ア	⑦
イ	①
ウ	①
エ	②
オ	③
カ	②
キ	③
ク	②
ケ	②
コ	③
サ	⑥
シ	②
ス	②

3

解答記号	正答
ア	②
イ	①
ウ	④
エ	⓪
オ	①
カ	③
キ	④
ク	②
ケ	⓪
コ	⓪
サ	④
シ	②
ス	④
セ	②

数理3

別掲

2

解答記号	正答
ア	①
イ	②
ウ	②
エ	④
オ	④
カ	②
キ	⑧
ク	②
ケ	②
コ	②
サ	⑥
シ	③
ス	⓪
セ	⑥
ソ	⑥
タ	㊀
チ	④
ツ	②
テ	①
ト	⓪

4

解答記号	正答
ア	①
イ	③
ウ	⑤
エ	⑧
オ	⑨
カ	①
キ	⑥
ク	⓪
ケ	③
コ	①
サ	③
シ	④
ス	②
セ	⑦

数理4

別掲

$\boxed{\textbf{数理 3}}$ の解答

(1) $f(x)=0$ が α, 3α を解にもつので, $f(\alpha)=f(3\alpha)=0$ である。したがって,

$$\begin{cases} \log\alpha + \dfrac{k}{\alpha} = \dfrac{3}{2}\log 3 \\ \log 3\alpha + \dfrac{k}{3\alpha} = \dfrac{3}{2}\log 3 \end{cases}$$

となる。これらより,

$$\log\alpha = 0,\ \frac{k}{\alpha} = \frac{3}{2}\log 3$$

であり,

$$\alpha = 1,\ k = \frac{3}{2}\log 3$$

となる。

(2) (1) の結果を用いると,

$$\begin{aligned} I &= \int_1^3 f(x)dx \\ &= \int_1^3 \left(\log x + \frac{k}{x} - \frac{3}{2}\log 3\right) dx \\ &= [x\log x - x]_1^3 + [k\log x]_1^3 - \left[\frac{3}{2}x\log 3\right]_1^3 \\ &= 3\log 3 - 2 + k\log 3 - 3\log 3 \\ &= \frac{3}{2}(\log 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

となる。

$\boxed{\text{数理 4}}$ の解答

(1) 定義に従って計算すると,

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= 1+\int_0^x \left\{f_0(t)+t\frac{d}{dt}f_0(t)\right\}dt = 1+\int_0^x \left(1+t\frac{d}{dt}1\right)dt \\
&= 1+\int_0^x 1dt = 1+x \\
f_2(x) &= 1+\int_0^x \left\{f_1(t)+t\frac{d}{dt}f_1(t)\right\}dt \\
&= 1+\int_0^x \left\{(1+t)+t\frac{d}{dt}(1+t)\right\}dt \\
&= 1+\int_0^x (1+2t)dt = 1+x+x^2 \\
f_3(x) &= 1+\int_0^x \left\{f_2(t)+t\frac{d}{dt}f_2(t)\right\}dt \\
&= 1+\int_0^x \left\{(1+t+t^2)+t\frac{d}{dt}(1+t+t^2)\right\}dt \\
&= 1+\int_0^x (1+2t+3t^2)dt = 1+x+x^2+x^3
\end{aligned}
$$

となる。

(2) (1) より,

$$f_n(x) = 1+x+x^2+\cdots+x^n = \sum_{m=0}^{n} x^m$$

であると予想できる。したがって,

$$
\begin{aligned}
F_n(t) &= \int_0^t f(x)dx = \int_0^t \left(\sum_{m=0}^{n} x^m\right)dx \\
&= \sum_{m=0}^{n}\left(\int_0^t x^m dx\right) = \sum_{m=0}^{n}\frac{t^{m+1}}{m+1}
\end{aligned}
$$

なので,

$$
\begin{aligned}
\int_0^1 F_n(t)dt &= \int_0^1 \left(\sum_{m=0}^{n}\frac{t^{m+1}}{m+1}\right)dt = \sum_{m=0}^{n}\left(\int_0^1 \frac{t^{m+1}}{m+1}dt\right) \\
&= \sum_{m=0}^{n}\frac{1}{(m+1)(m+2)} = \sum_{m=0}^{n}\left(\frac{1}{m+1}-\frac{1}{m+2}\right) \\
&= 1-\frac{1}{n+2}
\end{aligned}
$$

となり,

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 F_n(t)dt = 1$$

である。