2022年度

全学部統一選抜

数学Ⅰ・Ⅱ・A・B
(数列・ベクトル)

※数理工学科のみ
数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

[60　分]

$\boxed{1}$

(1) $\triangle$ABC において, AB $= 2$, AC $= 8$, $\angle$BAC $= 60^\circ$ であるとき, BC $= \boxed{ア}\sqrt{\boxed{イウ}}$ であり, $\triangle$ABC の面積は $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ である。

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ を展開したとき, x^3 の係数は $\boxed{カキ}$, x の係数は $\boxed{クケ}$ である。

(3) ある路線バスの乗客のうち, 全体の 50% が定期券利用者で, 全体の 20% が学生の定期券利用者であり, 全体の $\boxed{コサ}$% が学生でない定期券利用者である。定期券利用者の中から任意の 1 人を選び出すとき, その人が学生でない確率は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

(4) 点 $(2, 2)$ を通り, $\overrightarrow{n} = (1, 6)$ が法線ベクトルである直線の方程式は

$$x + \boxed{セ}y - \boxed{ソタ} = 0$$

である。

(5) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 & \leqq & 0 \\ \quad |x-1| & \geqq & 1 \end{cases}$$

の解は, $\boxed{チツ} \leqq x \leqq \boxed{テ}$, $x = \boxed{ト}$ である。

$\boxed{\mathbf{2}}$

ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $\left|\vec{a}\right| = 2$, $\left|\vec{b}\right| = 3$, $\left|3\vec{a} - \vec{b}\right| = 6$ を満たしている。以下の問いに答えよ。

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また, $\left|\vec{a} + 2\vec{b}\right| = \sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$ であり,

$3\vec{a} - \vec{b}$ と $\vec{a} + 2\vec{b}$ のなす角を θ とすると, $\cos\theta = \dfrac{1}{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}$

である。

(2) s を実数とする。$s\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} + 2\vec{b}$ が直交するとき, $s = -\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$

である。

(3) t を実数とする。

$$\left|t\vec{a} + \vec{b}\right|^2 = \boxed{\text{シ}}\,t^2 + \boxed{\text{ス}}\,t + \boxed{\text{セ}}$$

であるから, $\left|t\vec{a} + \vec{b}\right|^2$ は $t = -\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ を

とる。

$\boxed{3}$ 　数理工学科が第 1 志望である受験者のみ, $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに, $\boxed{\text{数理 3}}$ と $\boxed{\text{数理 4}}$ を解答してもよい。

放物線 $y = x^2 + 2(3a-1)x + 3(2a-1)$ を C とする。ただし, a は実数とする。C と x 軸が異なる 2 点で交わるとき, 以下の問いに答えよ。

(1) C と x 軸が異なる 2 点で交わることから, $a \neq \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) x 軸との交点の x 座標を α, β $(\alpha < \beta)$ とおく。このとき,

$\beta - \alpha = 2\left|\boxed{\text{ウ}}a - \boxed{\text{エ}}\right|$ である。

(3) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を S とすると, (2) の α, β を用いて,

$$
\begin{aligned}
S &= -\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta)dx \\
&= -\left[\frac{1}{\boxed{\text{オ}}}x^3 - \frac{\alpha+\beta}{\boxed{\text{カ}}}x^2 + \alpha\beta x\right]_{\alpha}^{\beta} \\
&= \frac{1}{\boxed{\text{キ}}}(\beta-\alpha)^{\boxed{\text{ク}}}
\end{aligned}
$$

となる。さらに, $S = \dfrac{1}{6}$ であるとき, $a = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ または $a = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$

である。ただし, $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ とする。

$\boxed{4}$

<u>数理工学科が第 1 志望である受験者</u>のみ, $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに, $\boxed{\text{数理 3}}$ と $\boxed{\text{数理 4}}$ を解答してもよい。

$a = \log_2 x,\ b = \log_8 y$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $y = \boxed{\text{ア}}^{\,b}$ であり, $\boxed{\text{イ}}\,b = \log_2 y$ である。

(2) $x^3 y = \dfrac{1}{16}$ とする。このとき, $a + b = \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(3) $a + 3b = 5$ とする。このとき, $x + y$ は, $x = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$, $y = \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ で最小値 $\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

(4) $ab = 4,\ x > 1,\ y > 1$ とする。このとき, $x\sqrt[3]{y}$ は, $x = \boxed{\text{シ}}$, $y = \boxed{\text{スセ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとる。

$\boxed{\text{数理 3}}$ $\boxed{\text{数理工学科が第 1 志望である受験者のみ, } \boxed{3} \text{ と } \boxed{4} \text{ の代わりに, } \boxed{\text{数理 3}} \text{ と } \boxed{\text{数理 4}} \text{ を解答してもよい。}}$

i を虚数単位とする. 複素数 z が,

$$z^2 - z + 1 = 0$$

を満たすとすると, $z = \dfrac{\boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イ}}}\, i}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。したがって,

$$z = \cos\left(\pm\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}\right) + i\sin\left(\pm\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}\right) \quad (\text{複号同順})$$

である。

$w = \cos\theta + i\sin\theta$ とすると,

$$\begin{aligned}
& w^{20} + \frac{1}{w^{22}} \\
&= (\cos\theta + i\sin\theta)^{20} + \frac{1}{(\cos\theta + i\sin\theta)^{22}} \\
&= \cos\boxed{\text{オカ}}\theta + i\sin\boxed{\text{キク}}\theta + \cos\left(\boxed{\text{ケコサ}}\theta\right) + i\sin\left(\boxed{\text{シスセ}}\theta\right)
\end{aligned}$$

となる。ここで, $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}$ とすると,

$$w^{20} + \frac{1}{w^{22}} = \boxed{\text{ソタ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}}\, i$$

となる。

数理 4 数理工学科が第 1 志望である受験者のみ, **3** と **4** の代わりに, **数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

関数 $y = e^{2x}$ のグラフを C とし, 原点を通る C の接線を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

(1)

$$\frac{d}{dx}e^{2x} = \boxed{ア}e^{2x}$$

である。

(2) 接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{イ}ex$$

であり, 曲線 C と接線 ℓ の接点の x 座標は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(3) 曲線 C, 接線 ℓ と y 軸で囲まれた部分の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}e - \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$$

である。

(4) 曲線 C, 接線 ℓ と y 軸で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を V とすると,

$$V = \pi\int_{\boxed{サ}}^{\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}} \left(e^{2x}\right)^{\boxed{シ}} dx - \pi\int_{\boxed{ソ}}^{\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}} \left(\boxed{イ}ex\right)^{\boxed{タ}} dx$$

であり,

$$V = \left(\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}e^{\boxed{ト}} - \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}\right)\pi$$

となる。