2022年度

全学部統一選抜

数学Ⅰ・A

［60　分］

1

(1) $\sqrt{2022.4\times a}$ が自然数となる最小の自然数 a は， $\boxed{\text{アイウ}}$ である。

(2) 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ の交点を点A，点Bとする。

放物線 $y=-2x^2+px+q$ が点A，点Bを両方とも通るとき，

$p=\boxed{\text{エ}}$，$q=\boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 直方体ABCD-EFGHがあり，AB＝9，AD＝7，AE＝3である。

直方体の表面に頂点Aと頂点Gを結ぶ糸を張るとき，最も短い糸の長さは，

$\sqrt{\boxed{\text{カキク}}}$ である。

(4) 一組のトランプからジョーカーを除いた52枚のカードがある。

ここから1枚のカードを引くとき，

『数字が素数ではない』かつ

『マークがダイヤまたはハート』のカードを引く確率は，

$\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

ただし，絵札のAは1，Jは11，Qは12，Kは13に相当する。

(5) Nを2桁の自然数とする。

N^4 を5で割ると1余るようなNの個数は，

$\boxed{\text{シス}}$ 個である。

$\boxed{2}$

xに関する2次関数，$f(x)=|x^2+2x-3|-2x-1$について，以下の問に答えよ。

ただし，a，b，cは実数の定数とする。

(1) $x=\dfrac{1}{2}$のとき，

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$$

である。

(2) $f(a)=5$となるaの値は，

$a=\boxed{エオ}$，$a=\boxed{カキ}$，$a=\boxed{ク}$

である。

ただし，$\boxed{エオ}<\boxed{カキ}<\boxed{ク}$とする。

(3) $-5\leqq x\leqq 5$における$f(x)$の最大値は，$\boxed{ケコ}$であり，

最小値は，$\boxed{サシ}$である。

(4) $f(b)=|b|$となるbの値は，

$$b=\frac{\boxed{スセ}+\sqrt{\boxed{ソタ}}}{\boxed{チ}},\ b=\frac{\boxed{ツ}+\sqrt{\boxed{テト}}}{\boxed{ナ}}$$

である。

(5) $f(x)=c$となる実数xが4つ存在する。

このとき，cの範囲は，

$\boxed{ニ}<c<\boxed{ヌ}$

である。

$\boxed{3}$

(1)　1辺の長さが6である正三角形の面積は,

$\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$

である。

(2)　3辺の長さが，5，7，8である三角形の内接円の半径は,

$\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$

である。

(3)　正三角形ABCがある。

その内部に点Pがあり，AP＝5，BP＝8，CP＝7を満たすものとする。

このときの△ABCの面積を求める。

△ABCの外部に△ABP≡△ACDが成り立つ点Dをとる。

このとき,

$\angle \mathrm{PAD}=\boxed{\text{エオ}}^\circ$

である。

このことから，線分DPの長さは,

$\mathrm{DP}=\boxed{\text{カ}}$

となることがわかる。

よって，四角形APCDを△APDと△DPCに分割し，それぞれの面積を求めることで，四角形APCDの面積を求めることができる。

同様に，△ABCの外部に△BCP≡△BAEが成り立つ点E,

△CAP≡△CBFが成り立つ点Fをそれぞれとり，四角形APBE，四角形CPBFの面積を求めることができる。

(続く)

最後に，六角形 AEBFCD と△ ABC の面積を比較することにより，

△ ABC の面積は，

$$\frac{\boxed{キクケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$$

となる。

4

母線の長さがl，底面の半径がrである円錐がある。($l>r$)

(1)　$l=5$，$r=2$のとき，この円錐の展開図における側面の扇形の中心角は，

$\boxed{アイウ}^\circ$

である。

(2)　この円錐の表面積Sをl，r，πを用いて表すと$\boxed{エ}$となる。

ただしπは円周率とする。

$\boxed{エ}$に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪　$2\pi l+2\pi r$　　①　$\pi l^2+\pi r^2$　　②　$\dfrac{r}{l}\pi$

③　πlr　　④　$\pi r(l+r)$　　⑤　$\dfrac{1}{3}\pi lr^2$

(3)　lとrは，$l>r\geqq 4$の条件を満たす整数であるとする。

いま，この円錐の表面積Sと体積Vの値が一致する場合があるとき，

それは，どのような値になるかを考える。

まず，lをrを用いて表すと，

$$l=\frac{r^3+\boxed{オ}r}{r^2-\boxed{カ}}$$

となる。さらに，この式の分子について考えると，

$$r^3+\boxed{オ}r=r(r^2-\boxed{カ})+\boxed{キク}r$$

より，$l=r+\dfrac{\boxed{キク}r}{r^2-\boxed{カ}}$ となる。

(続く)

ここで，l と r がともに整数であり $l > r$ であることから，

$$\frac{\boxed{\text{キク}}\,r}{r^2 - \boxed{\text{カ}}}$$ は0より大きい整数である。

$$\frac{\boxed{\text{キク}}\,r}{r^2 - \boxed{\text{カ}}} = k$$ （k は自然数）とし，r の方程式として解いた場合，

少なくともひとつの整数解をもつ（有理数解をもつ）必要があることに着目すると，

$$k = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。

よって，この円錐の表面積Sと体積Vの値はともに，

$$\boxed{\text{コサ}}\,\pi$$

となる。