2022年度

一般選抜C日程

数学Ⅰ・Ⅱ・A・B
(数列・ベクトル)

[60　分]

$\boxed{1}$

(1) $\sin 2\theta - \cos 2\theta = \sqrt{\boxed{ア}}\sin\left(2\theta - \dfrac{\pi}{\boxed{イ}}\right)$ なので,

$0 \leqq \theta < \pi$ のとき, 方程式 $\sin 2\theta - \cos 2\theta = 1$ を解くと,

$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{ウ}}, \ \dfrac{\pi}{\boxed{エ}}$ となる。ただし, $\dfrac{\pi}{\boxed{ウ}} < \dfrac{\pi}{\boxed{エ}}$ とする。

(2) 3 次式 $f(x)$ が $f(-1)=3, f(0)=2, f(1)=0, f(2)=0$ を満たすとき, $f(x) = \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x^3 - \dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}x^2 - \boxed{ケ}\,x + \boxed{コ}$ となる。

(3) 白玉 5 個, 青玉 6 個を一列に並べるとき, 同じ色の玉が隣り合わないような並べ方は, $\boxed{サ}$ 通りであり, 白玉 2 個, 赤玉 3 個, 青玉 6 個を一列に並べるとき, 同じ色の玉が隣り合わないような並べ方は, $\boxed{シス}$ 通りである。

(4) 座標空間の $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 13$ で与えられる球面 S を考える。球面 S が xy 平面と交わってできる円の半径は $\boxed{セ}$, 球面 S が yz 平面と交わってできる円の半径は $\boxed{ソ}$, 球面 S が zx 平面と交わってできる円の半径は $\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}$ である。

(5) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$ の整数部分は $\boxed{ツ}$ で, 小数部分は $\sqrt{\boxed{テ}} - \boxed{ト}$ である。

$\boxed{2}$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ とし, 関数 $y = f(x)$ のグラフを C とする。また, 点 $(0, f(0))$ におけるグラフ C の接線を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{ウ}}$ で極小値 $\boxed{\text{エオ}}$ をとる。

(2) $0 \leqq x \leqq 5$ における関数 $y = f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{カキ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{クケ}}$ である。

(3) 接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{コ}}\,x - \boxed{\text{サ}}$$

である。接線 ℓ とグラフ C の, 点 $(0, f(0))$ とは異なる共有点の x 座標は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(4) 接線 ℓ とグラフ C で囲まれた部分の面積 S は

$$S = \boxed{\text{スセソ}}$$

である。

$\boxed{3}$

数理工学科またはデータサイエンス学科が第1志望である受験者のみ, $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに, $\boxed{\text{記述 3}}$ と $\boxed{\text{記述 4}}$ を解答してもよい。

3 乗して -1 となる複素数 $z = x + yi$ を求める。ここで, i は虚数単位とし, x, y は実数とする。

(1) 等式 $(x+yi)^3 = -1$ において

$$(x+yi)^3 = x^3 - \boxed{\text{ア}}\,xy^{\boxed{\text{イ}}} + \left(\boxed{\text{ウ}}\,x^{\boxed{\text{エ}}}y - y^3\right)i$$

であるから, x, y は連立方程式

$$\begin{cases} x^3 - \boxed{\text{オ}}\,xy^{\boxed{\text{カ}}} = \boxed{\text{キク}} \\ \boxed{\text{ケ}}\,x^{\boxed{\text{コ}}}y - y^3 = \boxed{\text{サ}} \end{cases}$$

の解である。

(2) $y = 0$ のとき, $x = \boxed{\text{シス}}$ である。

また, $y \neq 0$ のとき, $x = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$, $y = \pm\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(3) 3 乗して -1 となる複素数は

$$\boxed{\text{ツテ}},\quad \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}i,\quad \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}i$$

であり, これらの 2 乗の和は $\boxed{\text{フ}}$ である。

$\boxed{4}$

数理工学科またはデータサイエンス学科が第１志望である受験者のみ，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の代わりに，$\boxed{\text{記述 3}}$ と $\boxed{\text{記述 4}}$ を解答してもよい。

不等式

$$\left\{\log_2(5-\sqrt{x})\right\}^2 + 3\log_{\frac{1}{4}}(5-\sqrt{x}) - 1 > 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

を満たす x のとり得る値の範囲を求める。

(1) 真数は正であるから

$$0 \leqq x < \boxed{\text{アイ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

である。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。

$y = \log_{\frac{1}{4}}(5-\sqrt{x})$ とおくと，$\left(\dfrac{1}{4}\right)^y = 5-\sqrt{x}$ である。2 を底とする両辺の対数をとれば $y = -\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\log_2(5-\sqrt{x})$ であることがわかる。

$X = \log_2(5-\sqrt{x})$ とおくと，① は

$$\boxed{\text{オ}}X^2 - \boxed{\text{カ}}X - 2 > 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{③}$$

と表すことができる。

(2) 不等式 ③ を解くと $X < -\dfrac{1}{\boxed{\text{キ}}}$, $X > \boxed{\text{ク}}$ となり，

$X = \log_2(5-\sqrt{x})$ より

$$5-\sqrt{x} < \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}},\ 5-\sqrt{x} > \boxed{\text{サ}} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{④}$$

であることがわかる。② と ④ から，不等式 ① を満たす x のとり得る値の範囲は

$$0 \leqq x < \boxed{\text{シ}},\ \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}} - \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} < x < \boxed{\text{ツテ}}$$

である。

$\boxed{\text{記述 } \mathbf{3}}$

数理工学科またはデータサイエンス学科が第 1 志望である受験者のみ, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに, $\boxed{\text{記述 } \mathbf{3}}$ と $\boxed{\text{記述 } \mathbf{4}}$ を解答してもよい。

円 $x^2 + y^2 = 9$ 上を動く点 Q と点 A$(5, 0)$ を考える。また, 線分 QA を $1:2$ に内分する点を P とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 Q の座標を (s, t) とするとき, 点 P の座標 (x, y) を s と t を用いて表せ。

(2) 点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{\text{記述 }4}$

数理工学科またはデータサイエンス学科が第 1 志望である受験者のみ，$\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の代わりに，$\boxed{\text{記述 }\mathbf{3}}$ と $\boxed{\text{記述 }4}$ を解答してもよい。

座標空間の点 $\mathrm{A}(0,1,0)$, $\mathrm{B}(2,2,2)$, $\mathrm{C}(0,4,3)$ に対し，$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を求めよ。