

数 学

1

$$(1) \frac{1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{6}} = \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

(2) 1 から 2023 までの整数全体を全体集合 U とする。 U の部分集合であって, 5 の倍数全体の集合を A , 16 の倍数全体の集合を B とする。

A の要素の個数は $\boxed{\text{オカキ}}$ であり, B の要素の個数は $\boxed{\text{クケコ}}$ である。さらに, $\overline{A} \cap B$ の要素の個数は $\boxed{\text{サシス}}$ である。ただし, \overline{A} は全体集合 U に関する部分集合 A の補集合とする。

(3) 2 次方程式 $2x^2 - 2x + 3 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき,

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{セ}} \text{ であり, } \alpha\beta = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ である。}$$

$$\text{さらに, } \alpha^3 + \beta^3 = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \text{ である。}$$

(4) 方程式 $\log_{10}(x - 20) + \log_{10}(x - 23) = 1 + 3 \log_{10} 3$ を解く。

真数は正であるから, $x > \boxed{\text{トナ}}$ である。さらに, この方程式の解は,

$x = \boxed{\text{ニヌ}}$ である。ただし, 対数 $\log_a b$ に対し, a を底といい, b を真数という。

(5) 座標空間内の 3 点 $A(1, 3, -2)$, $B(3, 1, 2)$, $C(0, a, b)$ が一直線上にあるとき, $a = \boxed{\text{ネ}}$, $b = -\boxed{\text{ノ}}$ である。

2

整式 $A = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 36$, $B = x^2 - 2x + 3$ について,
分数式 $\frac{A}{B} = \frac{x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 36}{x^2 - 2x + 3}$ を考える。

次の問い合わせに答えよ。

- (1) 整式 $B = x^2 - 2x + 3$ について, $B = \left(x - \boxed{\text{ア}} \right)^2 + \boxed{\text{イ}}$ となり,
実数 x に対し, B のとりうる値の範囲は $B \geqq \boxed{\text{ウ}}$ である。

- (2) $\frac{A}{B} = x^2 - \boxed{\text{エ}} x + \frac{\boxed{\text{オカ}}}{x^2 - 2x + 3}$ であるから, 分数式 $\frac{A}{B}$ を B で
表すと,

$$\frac{A}{B} = B + \frac{\boxed{\text{キク}}}{B} - \boxed{\text{ケ}}$$

となる。相加平均と相乗平均の大小関係より, $\frac{A}{B} \geqq \boxed{\text{コ}}$ を得る。

等号は $B = \boxed{\text{サ}}$, すなわち $x = \boxed{\text{シス}}, \boxed{\text{セ}}$ のとき成り立つ。

- (3) x が 0 以上の実数であるとき, $\frac{A}{B} \geqq \boxed{\text{ソ}}$ であり, 等号は $x = \boxed{\text{タ}}$
のとき成り立つ。

3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、3 と 4 の代わりに、数理 3 と 数理 4 を解答してもよい。

$BC = 7$, $CA = 5$, $AB = 3$ の $\triangle ABC$ を考える。内角 $\angle A$ の大きさを A で表す。

(1) このとき、

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \sin A = \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(2) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{カキ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であり、 $\triangle ABC$ の内接円の半径

$$\text{は } \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}} \text{ である。}$$

辺 BC 上の点 D を AD が $\angle A$ の二等分線となるようにとる。

(3) $AD = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, BD = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}, CD = \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(4) $\triangle ABD$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ナニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$, $\triangle ACD$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ハヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$

である。

4

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、3 と 4 の代わりに、数理 3 と 数理 4 を解答してもよい。

点 $(0, a)$ を P とし、放物線 $y = 2x^2$ を C とする。また、放物線 C 上の点 $Q(t, 2t^2)$ をとる。以下の問いに答えよ。

(1) $a = 24$ とし、 t は $0 < t < 2\sqrt{3}$ の範囲を動くとする。点 P, Q および点 R($0, t^2$) を頂点とする三角形の面積の最大値を求める。三角形 PQR の面積 $f(t)$ は

$$f(t) = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} t^{\boxed{\text{二}}} + \boxed{\text{オカ}} t$$

である。 $f(t)$ は $t = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ケコ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

(2) 点 $P(0, a)$ を固定し、点 $Q(t, 2t^2)$ が放物線 C 上を動くとき、P と Q の距離の 2 乗 PQ^2 の最小値 $g(a)$ を求める。 $s = t^2$ とおくと

$$PQ^2 = \boxed{\text{シ}} s^2 + \left(\boxed{\text{ス}} - \boxed{\text{セ}} a \right) s + a^{\boxed{\text{ソ}}}$$

と表される。よって、この最小値 $g(a)$ は

$$a \geq \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \text{ のとき } \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} a - \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$$

$$a < \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \text{ のとき } a^{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。 $g(a)$ を a の関数とみると

$$\int_0^1 g(a) da = \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒフ}}}$$

である。

数理 3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

次の 2 つの関数を考える。

$$y = \sqrt{-2x + 8}, \quad y = -x$$

以下の問い合わせに答えよ。

(1) 関数 $y = \sqrt{-2x + 8}$ のグラフは、関数 $y = \sqrt{-2x} + 8$ のグラフを x 軸方向に **ア**、 y 軸方向に **イウ** だけ平行移動したものである。

関数 $y = \sqrt{-2x + 8}$ の定義域は $x \leqq$ **エ**、値域は $y \geqq$ **オ** である。

(2) 関数 $y = \sqrt{-2x + 8}$ のグラフと直線 $y = -x$ の共有点の座標は **カキ**、**ク** である。

(3) 不等式 $\sqrt{-2x + 8} > -x$ の解は、

$$\boxed{\text{ケコ}} < x \leqq \boxed{\text{サ}}$$

である。

数理 4

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{8x - 20}{x^2 - 4}$$

とし、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。以下の問い合わせに答えよ。

(1) 部分分数に分解すると、

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{x + \boxed{\text{イ}}} - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{x - \boxed{\text{エ}}}$$

となる。

(2) グラフ C は $\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \boxed{\text{キ}} \right)$ で x 軸と交わる。

3 直線 $x = \boxed{\text{ク}}$, $x = \boxed{\text{ケコ}}$, $y = \boxed{\text{サ}}$ はグラフ C の漸近線である。

(3) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{シ}}$ で極小値 $\boxed{\text{ス}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{セ}}$ で極大値 $\boxed{\text{ソ}}$ をとる。

(4) グラフ C , x 軸と 2 直線 $x = 3$, $x = 6$ で囲まれた部分の面積 S は

$$S = \boxed{\text{タチ}} \log \boxed{\text{ツ}} - \boxed{\text{テ}} \log \boxed{\text{ト}}$$

である。