

令和5年度
武蔵野大学

一般選抜 A 日程 2月6日

2時限
数学ⅠⅡAB
(60分)

【注意事項】

1. 問題は7ページまでです。
2. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、黙って手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答用紙(A)には第1志望の受験番号を記入し、受験番号の下のマーク欄にマークしてください。次に氏名、フリガナを記入し、解答する時限と受験票に記載された科目にマークしてください。正しくマークされていない場合には、採点できないことがあります。
5. ①、②、③、④の4題を解答し、解答用紙(B)の①、②、③、④の解答記入欄にマークしてください。ただし、数理工学科を志望学科1としている場合は、①、②、③、④または①、②、**数理3**、**数理4**のどちらか4題を解答し、解答用紙(B)の①、②、③、④の解答記入欄にマークしてください。なお解答上の注意が裏表紙にあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用しても構いませんが、ページを切り離してはいけません。
7. 時間内に解答し終わっても、退出することはできません。
8. 途中で質問等があるときは、黙って手を挙げて監督者を呼んでください。

1

(1) x は実数, m, n は自然数とする。次の命題の真偽を調べ、真ならば①を、偽ならば②をマークせよ。

ア: $x^2 + x - 12 = 0$ ならば, $x = -4$ である。

イ: mn が 12 の約数ならば, m, n はともに 12 の約数である。

ウ: n が 3 の倍数ならば, n は 6 の倍数である。

(2) 連立不等式
$$\begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x > 1 \\ |x + 2| < 8 \end{cases}$$

を満たす整数 x は, **エ**, **オ** である。ただし, **エ** < **オ** とする。

(3) $BC = \sqrt{21}$, $CA = 4$, $AB = 5$ である $\triangle ABC$ において, 内角 $\angle A$

の大きさを A で表すと, $\cos A = \frac{1}{\text{カ}}$, $\sin A = \frac{\sqrt{\text{キ}}}{\text{ク}}$ である。

$\triangle ABC$ の面積を S とすると, $S = \text{ケ} \sqrt{\text{コ}}$ である。また, 内接円

の半径を r とすると, $r = \frac{\text{サ} \sqrt{\text{シ}} - \sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$ である。

(4) 袋 A, 袋 B のどちらにも白玉 22 個と赤玉 22 個が入っている。袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ, よくかき混ぜて, 袋 B から 1 個の玉を取り出して袋 A に入れる。このとき, 袋 A の赤玉が 23 個に

なる確率は $\frac{\text{ソタ}}{\text{チツ}}$ であり, 袋 A の赤玉の個数が 22 個のままである

確率は $\frac{\text{テト}}{\text{ナニ}}$ である。

(5) $25^{x+1} + 120 \cdot 5^{x-1} - 1 = 0$ を解く。 $t = 5^x$ とおくと,

ヌネ $t^2 + \text{ノハ} t - 1 = 0$ が成り立つ。 $t > 0$ より, $t = \frac{1}{\text{ヒフ}}$ を

得る。したがって, $x = \text{ヘホ}$ である。

2

a を実数とする。座標平面上で、点 $(4, 1)$ を中心とする半径 1 の円を C とし、直線 $y = ax$ を l とする。

(1) 円 C の方程式は $x^2 + y^2 - \boxed{\text{ア}}x - \boxed{\text{イ}}y + \boxed{\text{ウエ}} = 0$ である。

(2) 円 C と直線 l が接するのは $a = \boxed{\text{オ}}$, $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ のときである。

$a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ のとき、円 C と直線 l の接点を通り、直線 l に垂直な

直線の方程式は $y = \frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}x + \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

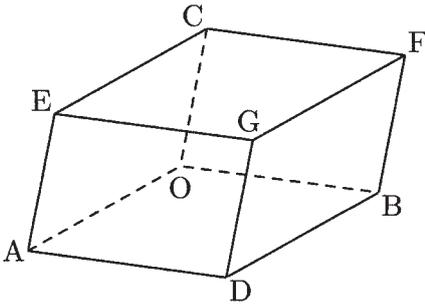
(3) 円 C と直線 l が異なる 2 点 A, B で交わるとき、線分 AB の長さは

$\boxed{\text{タ}} \sqrt{\frac{a(\boxed{\text{チ}} - \boxed{\text{ツテ}}a)}{a^2 + \boxed{\text{ト}}}}$ となる。

3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

下図の平行六面体 OADB-CEGF において、辺 DG の G を越える延長上に GH = 2DG となるように点 H をとり、直線 OH と平面 ABC の交点を L とする。また、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とする。以下の問いに答えよ。



(1)

$$\vec{OH} = \vec{a} + \vec{b} + \boxed{\text{ア}} \vec{c}$$

である。点 L は直線 OH 上にあるので、

$$\vec{OL} = k \vec{OH}$$

となる実数 k がある。よって、

$$\vec{OL} = k \vec{a} + k \vec{b} + \boxed{\text{ア}} k \vec{c} \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。また、点 L は平面 ABC 上にあるから、 $\vec{CL} = s \vec{CA} + t \vec{CB}$ となる実数 s, t がある。ゆえに、

$$\vec{OL} = \boxed{\text{イ}} \vec{a} + \boxed{\text{ウ}} \vec{b} + \boxed{\text{エ}} \vec{c} \dots\dots\dots \text{②}$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ には、次の①~③のうちから当てはまるものを一つ選べ。

- ① s ② t ③ $s+t-1$ ④ $1-s-t$

①および②より、

$$k = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, s = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, t = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。以上から、

$$\vec{OL} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \vec{c}$$

であり、 $OL : LH = \boxed{\text{チ}} : \boxed{\text{ツ}}$ である。

(2) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}$ とする。このとき、 $\angle AOB = \angle AOC = \boxed{\text{テトナ}}^\circ$, $\angle BOC = \boxed{\text{ニヌ}}^\circ$ であり、 $OL = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

4

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

曲線 $y = 2|x^2 - 1|$ を C_1 、曲線 $y = x^2$ を C_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) 領域 $-1 \leq x \leq 1$ における曲線 C_1 と曲線 C_2 の交点を $T_1(x_1, y_1)$,

$$T_2(x_2, y_2) \quad (x_1 < x_2) \text{ とすると, } x_1 = -\frac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イ}}, y_1 = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}},$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}, y_2 = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \text{ である。}$$

領域 $x < -1$ における曲線 C_1 と曲線 C_2 の交点を $T_3(x_3, y_3)$ とすると、 $x_3 = -\sqrt{\text{ケ}}$ 、 $y_3 = \text{コ}$ である。

領域 $1 < x$ における曲線 C_1 と曲線 C_2 の交点を $T_4(x_4, y_4)$ とすると、 $x_4 = \sqrt{\text{サ}}$ 、 $y_4 = \text{シ}$ である。

(2) 曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれた部分の面積 S は、

$$S = 2 \left\{ \int_0^{x_2} \left(-\text{ス} x^2 + \text{セ} \right) dx + \int_{x_2}^{\text{ソ}} \left(\text{タ} x^2 - \text{チ} \right) dx \right. \\ \left. + \int_{\text{ゾ}}^{x_4} \left(-x^2 + \text{ツ} \right) dx \right\} \\ = \frac{\text{テト} \sqrt{6} + \text{ナニ} \sqrt{2} - \text{ヌネ}}{\text{ノ}}$$

である。

数理 3

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ、**3** と **4** の代わりに、**数理 3** と **数理 4** を解答してもよい。

$$h(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} \text{ とおく。}$$

- (1) $h(x)$ は、**アイ** $\leq x \leq$ **ウ** で定義され、 $h(\text{アイ}) = \text{エ}$ 、 $h(\text{ウ}) = \text{オ}$ であり、この範囲で $h(x) \geq \text{カ}$ である。
アイ には当てはまる最小の数値、**ウ** と **カ** には当てはまる最大の数値を答えよ。

(2) 導関数 $h'(x) = \frac{\text{キ}}{\text{ク}\sqrt{x+2}} - \frac{\text{ケ}}{\text{サ}\sqrt{2-x}}$ であり、 $h'(x) = 0$

となるのは $x = \text{シ}$ のときである。

$h'(x)$ について、**アイ** $< x <$ **シ** で $h'(x)$ **ス** 0 であり、

$$\lim_{x \rightarrow \text{アイ}+0} h'(x) = \text{セ}$$

である。また、**シ** $< x <$ **ウ** で $h'(x)$ **ソ** 0 であり、

$$\lim_{x \rightarrow \text{ウ}-0} h'(x) = \text{タ}$$

である。したがって、

$h(\text{シ}) = \text{チ}\sqrt{\text{ツ}}$ は、 $h(x)$ の **テ** 値である。

ただし、**ケ**、**ス**～**タ**、**テ** には、次の①～⑦のうちから当てはまるものを一つ選べ。

- | | | | |
|------------|-------------|-------|-------|
| ① 最大 | ② 最小 | ③ $>$ | ④ $<$ |
| ⑤ ∞ | ⑥ $-\infty$ | ⑦ $-$ | ⑧ $+$ |

数理 4

数理工学科が志望学科 1 である受験者のみ, 3 と 4 の代わりに, 数理 3 と 数理 4 を解答してもよい。

方程式

$$2x^2 - 2xy + y^2 = 9 \quad \dots\dots\dots ①$$

の表す曲線 C について次の問いに答えよ。

(1) 方程式①を y について解くと,

$$y = x \pm \sqrt{\boxed{\text{ア}} - x^2}$$

となる。これより, x のとりうる範囲は

$$\boxed{\text{イウ}} \leq x \leq \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) 曲線 C によって囲まれた部分の面積は,

$$S = \int_{\boxed{\text{オカ}}}^{\boxed{\text{キ}}} \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}} - x^2} dx$$

となる。 $x = \boxed{\text{コ}} \sin t$ として置換積分をすると,

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \boxed{\text{サシ}} \cos^2 t dt = \boxed{\text{ス}} \pi$$

となる。

■解答上の注意

- 1 問題文中の 、 などには、特別な指示がない限り、数字（0～9）、符号（-）が入ります。ア、イ、ウ、……の1つ1つは、これらのいずれか1つに対応します。それらを解答用紙（B）のア、イ、ウ、……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 に - 3 と答えたいとき

イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>					

- 2 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。また、符号は分子につけ、分母につけてはいけません。
- 3 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば、 $6\sqrt{2}$ と答えるところを、 $3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
- 4 比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えなさい。例えば、 $4:3$ と答えるところを、 $8:6$ のように答えてはいけません。